RAFAEL TEIXEIRA

PROFESSOR DE MATEMÁTICA

UFRGS

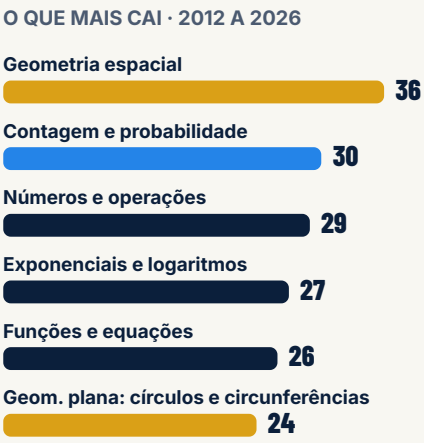
MATEMÁTICA

300 QUESTÕES RESOLVIDAS

VESTIBULAR · 2012 A 2026

AMOSTRA GRÁTIS

As questões de Matemática do vestibular da UFRGS, com pista e resolução comentada de cada uma.



300	questões reais de 14 provas, completas e com a fonte
12	capítulos por conteúdo, da questão mais fácil à mais difícil
100%	com pista, resolução passo a passo e as armadilhas de cada alternativa

MAIS RACIOCÍNIO. MENOS DECOREBA.

MATEMÁTICA · VESTIBULAR UFRGS

UFRGS MATEMÁTICA

300 questões resolvidas das provas de 2012 a 2026, com Raio-X, teste de entrada, pistas e resoluções comentadas · amostra grátis

RAFAEL TEIXEIRA
Professor de Matemática

1ª edição · novembro de 2026 · Pelotas, RS

UFRGS Matemática · 300 questões resolvidas · 2012 a 2026 · Amostra grátis
1ª edição · novembro de 2026

Autor: Rafael Teixeira, professor de Matemática.
Pistas, resoluções, Raio-X e organização: Rafael Teixeira.
Figuras de apoio das resoluções: desenhos do autor.
Projeto gráfico e diagramação: Rafael Teixeira Empreendimentos Educacionais.

Fontes das questões. Provas de Matemática do Concurso Vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, edições 2012 a 2026 (não houve vestibular em 2021), e os gabaritos oficiais publicados em ufrgs.br/vestibular. Cada questão traz o ano e o número. Os enunciados e as figuras são reproduzidos das provas oficiais para fins de estudo. Este livro não tem vínculo com a UFRGS.

Vestibular 2012	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2013	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2014	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2015	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2016	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2017	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2018	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2019	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2020	25 questões (nº 26 a 50)
Vestibular 2022	15 questões (nº 46 a 60)
Vestibular 2023	15 questões (nº 46 a 60)
Vestibular 2024	15 questões (nº 46 a 60)
Vestibular 2025	15 questões (nº 61 a 75)
Vestibular 2026	15 questões (nº 61 a 75)
Questões anuladas pela UFRGS (mantidas para estudo)	2

© 2026 Rafael Teixeira Empreendimentos Educacionais LTDA · CNPJ 64.785.946/0001-93 · Pelotas, RS.
Todos os direitos reservados. Este PDF é para uso pessoal de quem o comprou. Professores podem usar as resoluções nas próprias aulas, citando a fonte. Não é permitido revender, distribuir ou publicar o arquivo, no todo ou em parte, sem autorização por escrito.

Encontrou um erro? Escreva pelo site **profrafaelteixeira.com.br**. Quem compra recebe as correções sem custo. Versão digital, em A4, para ler na tela ou imprimir.

SUMÁRIO

O que tem neste livro

Para você que vai fazer a UFRGS 5

Como usar este livro 6

Como é a prova de Matemática da UFRGS 7

Raio-X: o que mais cai 8

Teste de entrada e mapa de progresso 10

Parte 1 · Números, funções e sequências 12

5. Sequências e progressões questões 106 a 126 13

Gabarito rápido 29

Sobre o autor e o site 30

O livro completo 31

APRESENTAÇÃO

Para você que vai fazer a UFRGS

Este livro reúne as questões de Matemática do Concurso Vestibular da UFRGS de 2012 a 2026: são 300 questões de 14 provas, com o enunciado completo, as figuras e os gráficos da prova e a resolução comentada de cada uma.

A UFRGS tem um estilo próprio. As questões costumam ser curtas, com figuras de geometria que pedem uma ideia antes da conta, afirmações I, II e III para julgar e alternativas muito próximas umas das outras. Treinar com as provas anteriores é o jeito mais direto de se acostumar com esse estilo.

As questões estão organizadas em 12 capítulos por conteúdo, divididos em três partes. Em cada capítulo, elas vão da mais fácil à mais difícil. Assim, você pode estudar um conteúdo inteiro de uma vez ou começar pelo que mais cai.

Em todas as resoluções, a ordem é a mesma: entender o que a questão pede, organizar os dados, escolher a estratégia, calcular e conferir. No fim, eu mostro por que as alternativas erradas atraem e o que levar dessa questão para as próximas.

Bons estudos,
Rafael Teixeira

300 questões reais
Todas as de Matemática das provas de 2012 a 2026, com o ano e o número.

Resolução de todas
Ideias-base, passo a passo, armadilha, por que as outras alternativas atraem e o que levar para outras questões.

Pista de cada questão
Uma dica que ajuda a começar sem entregar a resposta.

ANTES DE COMEÇAR

Como usar este livro

1. **Faça o teste de entrada** (página 10). São 12 questões deste livro, uma de cada capítulo. O resultado mostra por onde começar.
2. **Comece pelo que mais cai.** O Raio-X (página 8) mostra quantas questões de cada conteúdo apareceram nas provas. Geometria plana e espacial somam quase um terço da prova.
3. **Resolva um capítulo de cada vez**, na ordem, porque as questões sobem de dificuldade. Calcule cerca de 6 minutos por questão.
4. **Travou?** No rodapé de cada questão há o link para a **pista**. Veja a pista antes de olhar a resolução.
5. **Corrija pelo fim do capítulo.** Leia a resolução também das que acertou: o "Leve para outras questões" vale para a prova.
6. **Anote os acertos** no mapa de progresso. A meta de cada capítulo é acertar 70% das questões válidas. Não chegou lá? Refaça as que errou uma semana depois.

As cores da dificuldade

Cada questão traz uma etiqueta com a dificuldade, avaliada pelo autor para o aluno do 3º ano do Ensino Médio.

Fácil | Fácil–média | Média | Média–difícil | Difícil

Como cada questão aparece

No cabeçalho

O número no livro, o ano e o número da questão na prova, e a dificuldade.

No rodapé

O assunto e os links para a pista e para a resolução. No PDF, os links levam direto à página.

Na resolução

A resposta, as ideias-base e o passo a passo. Um link volta para a questão.

Sem calculadora

Na UFRGS não se usa calculadora. Faça as contas no papel, como na prova. As questões são reproduzidas das provas oficiais, com as alternativas de A a E.

A PROVA

Como é a prova de Matemática da UFRGS

A Matemática sempre teve questões objetivas de 5 alternativas. O que mudou ao longo dos anos foi o tamanho da prova e o dia em que ela cai.

Edições	Questões de Matemática	Numeração	Dia
2012 a 2020	25	26 a 50	junto com História
2021	—	—	sem vestibular, por causa da pandemia
2022 a 2024	15	46 a 60	1º dia, com outras áreas
2025 e 2026	15	61 a 75	1º dia, com outras áreas

Fonte: cadernos de prova e gabaritos oficiais da UFRGS (ufrgs.br/vestibular). Confira as regras da sua edição no edital.

As questões deste livro, por edição

2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2022	2023	2024	2025	2026
25	25	25	25	25	25	25	25	25	15	15	15	15	15

2 questões foram anuladas pela UFRGS: elas ficam no livro para estudo, com a explicação do problema.

O que isso quer dizer na prática

- Desde 2022 são só 15 questões, e cada uma pesa mais. Uma conta errada por pressa faz mais diferença.
- A prova gosta de afirmações I, II e III. Julgue cada uma separadamente e só depois olhe as alternativas: muitas vezes, decidir uma afirmação já elimina duas ou três letras.
- As figuras de geometria raramente estão em escala. Use os dados do enunciado, não a régua.
- As alternativas costumam estar próximas, com o erro mais comum entre elas. As resoluções deste livro mostram, em "Por que as outras tentam", de onde vem cada uma.

RAIO-X

O que mais cai em Matemática na UFRGS

Contagem das 300 questões de Matemática das provas de 2012 a 2026, pelo capítulo deste livro, com a parte de cada conteúdo nas provas até 2020 (225 questões) e nas provas de 2022 em diante (75 questões).

Parte 1 · Números, funções e sequências



Parte 2 · Geometria e trigonometria



Parte 3 · Álgebra, contagem e probabilidade



Antes e depois de 2022

Capítulo	2012 a 2020	2022 a 2026
1. Números e operações	22 (10%)	7 (9%)
2. Porcentagem, gráficos e estatística	17 (8%)	6 (8%)
3. Funções e equações	21 (9%)	5 (7%)
4. Exponenciais e logaritmos	19 (8%)	8 (11%)
5. Sequências e progressões	17 (8%)	4 (5%)
6. Trigonometria	14 (6%)	4 (5%)
7. Geometria plana: polígonos, semelhança e áreas	13 (6%)	7 (9%)
8. Geometria plana: círculos e circunferências	17 (8%)	7 (9%)
9. Geometria espacial	26 (12%)	10 (13%)
10. Geometria analítica	20 (9%)	2 (3%)
11. Polinômios, complexos e sistemas	18 (8%)	6 (8%)
12. Contagem e probabilidade	21 (9%)	9 (12%)

Dificuldade das questões

Fácil: 55 | Fácil–média: 127 | Média: 98 | Média–difícil: 17 | Difícil: 3

Fonte: provas e gabaritos oficiais da UFRGS, classificação do autor. Cada questão entra num só capítulo, pelo conteúdo principal.

POR ONDE COMEÇAR

Teste de entrada

Resolva estas 12 questões, uma de cada capítulo, em até 75 minutos, sem consultar nada. Elas estão no livro, nas páginas indicadas: clique no número para ir até elas. Depois corrija pelo gabarito rápido e marque na tabela.

Capítulo	Questão	Página	Acertou?	Se errou
1. Números e operações	**27**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
2. Porcentagem, gráficos e estatística	**48**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
3. Funções e equações	**64**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
4. Exponenciais e logaritmos	**100**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
5. Sequências e progressões	**119**	17	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
6. Trigonometria	**143**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
7. Geometria plana: polígonos, semelhança e áreas	**163**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
8. Geometria plana: círculos e circunferências	**173**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
9. Geometria espacial	**218**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
10. Geometria analítica	**244**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
11. Polinômios, complexos e sistemas	**265**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
12. Contagem e probabilidade	**295**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes

Acertou a questão do capítulo? Você pode começar pelas questões amarelas dele. Errou? Comece pelas verdes, na ordem.

Mapa de progresso

Anote quantas acertou em cada capítulo. A meta é 70% das questões válidas (as anuladas não contam). Pinte a linha quando chegar lá.

Capítulo	Questões	Válidas	Meta	1ª vez	2ª vez
1. Números e operações	1–29	28	**20**	___	___
2. Porcentagem, gráficos e estatística	30–52	23	**17**	___	___
3. Funções e equações	53–78	26	**19**	___	___
4. Exponenciais e logaritmos	79–105	27	**19**	___	___
5. Sequências e progressões	106–126	21	**15**	___	___

6. Trigonometria	127–144	17	**12**	___	___
7. Geometria plana: polígonos, semelhança e áreas	145–164	20	**14**	___	___
8. Geometria plana: círculos e circunferências	165–188	24	**17**	___	___
9. Geometria espacial	189–224	36	**26**	___	___
10. Geometria analítica	225–246	22	**16**	___	___
11. Polinômios, complexos e sistemas	247–270	24	**17**	___	___
12. Contagem e probabilidade	271–300	30	**21**	___	___

PARTE 1

1

Números, funções e sequências

126 questões de 2012 a 2026 · 42% das questões da UFRGS

Capítulo 5 Sequências e progressões 21 questões · p. 13

PARTE 1 · CAPÍTULO 5

Sequências e progressões

05

21 questões · 2012 a 2026 · questões 106 a 126 deste livro

O que cai neste capítulo

- Sequências: 3 questões
- Progressão aritmética: 2 questões
- PG infinita: 2 questões
- Série geométrica: 2 questões
- Soma de ímpares consecutivos: 1 questão
- Padrão com palitos: 1 questão

Meta: 15 de 21

As questões estão em ordem de dificuldade. Faça todas antes de corrigir.

Fácil: 5 | Fácil–média: 9 | Média: 7

Pistas p. 19 · **Resoluções** p. 20

106 UFRGS · 2018 · questão 34 — Fácil

Em uma escola, as turmas de ensino médio totalizam 231 estudantes. Para uma atividade festiva na escola, todos esses estudantes foram dispostos em filas, obedecendo à seguinte disposição: 1 estudante na primeira fila, 2 estudantes na segunda fila, 3 estudantes na terceira fila, e assim sucessivamente.

O número de filas que foram formadas com todos os estudantes é

A) 19.
B) 21.
C) 22.
D) 23.
E) 25.

Progressão aritmética: soma dos n primeiros naturais — pista p. 19 · resolução p. 20

107 UFRGS · 2019 · questão 32 — Fácil

Desde a Grécia Antiga, sabe-se que a soma dos números ímpares consecutivos, a partir do 1, é sempre um quadrado perfeito. Como exemplo, tem-se

$$1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

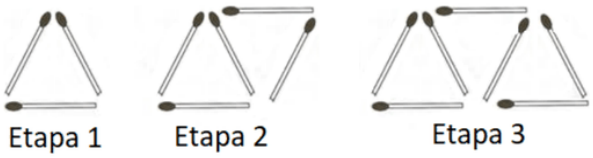
Então, a soma de todos os números ímpares menores do que 100 é

A) 42^2.
B) 49^2.
C) 50^2.
D) 99^2.
E) 100^2.

Soma de ímpares consecutivos — pista p. 19 · resolução p. 20

108 UFRGS · 2020 · questão 39 — Fácil

Considere o padrão de construção de triângulos com palitos, representado nas figuras abaixo.



Na etapa n, serão utilizados 245 palitos. Nessas condições, n é igual a

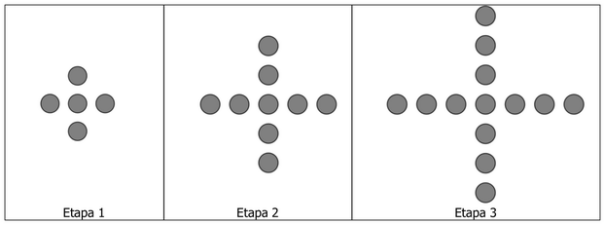
A) 120.
B) 121.
C) 122.
D) 123.
E) 124.

Padrão com palitos: progressão aritmética

pista p. 19 · resolução p. 20

109 UFRGS · 2022 · questão 50 — Fácil

Considere o padrão de construção que fez uso de discos, conforme as figuras representadas nas etapas 1, 2 e 3, abaixo.



Na etapa 200, serão usados n discos. Seguindo esse padrão de construção, n é igual a

A) 783.
B) 792.
C) 801.
D) 810.
E) 819.

Sequências: padrão geométrico e progressão aritmética

pista p. 19 · resolução p. 21

110 UFRGS · 2025 · questão 61 — Fácil

O valor da expressão $a + \frac{a}{4} + \frac{a}{16} + \cdots$ para $a = 15$ é

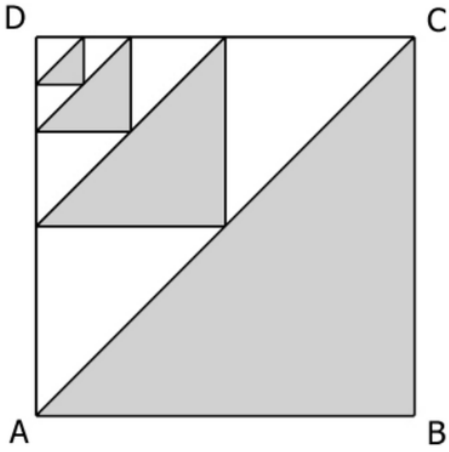
A) 20.
B) 16.
C) 15.
D) 10.
E) 8.

PG infinita

pista p. 19 · resolução p. 21

111 UFRGS · 2012 · questão 34 — Fácil–média

Na figura abaixo, ABCD é um quadrado e os triângulos sombreados são triângulos semelhantes tais que as alturas correspondentes formam uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$.



Se o perímetro do triângulo ABC é 1, a soma dos perímetros dos quatro triângulos sombreados é

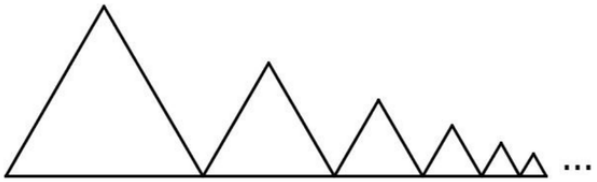
A) $\frac{9}{8}$.
B) $\frac{11}{8}$.
C) $\frac{13}{8}$.
D) $\frac{15}{8}$.
E) $\frac{17}{8}$.

Progressão geométrica: soma de perímetros

pista p. 19 · resolução p. 22

112 UFRGS · 2013 · questão 35 Fácil–média

A sequência representada, na figura abaixo, é formada por infinitos triângulos equiláteros. O lado do primeiro triângulo mede 1, e a medida do lado de cada um dos outros triângulos é $\frac{2}{3}$ da medida do lado do triângulo imediatamente anterior.



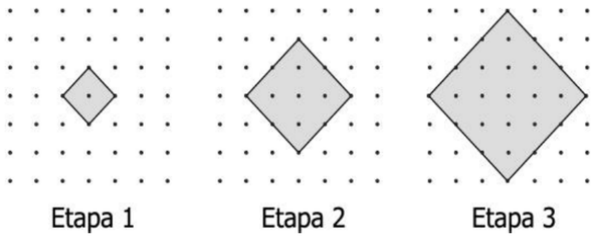
A soma dos perímetros dos triângulos dessa sequência infinita é

A) 9.
B) 12.
C) 15.
D) 18.
E) 21.

Progressão geométrica infinita: soma de perímetros **pista p. 19** · **resolução p. 22**

113 UFRGS · 2014 · questão 34 Fácil–média

Nas malhas de pontos da figura abaixo, dois pontos adjacentes, na horizontal ou vertical, encontram-se a distância de 1 centímetro.



Considerando a sucessão de quadriláteros desenhados em cada etapa da figura, a área do quadrilátero da vigésima etapa, em cm^2, é

A) 100.
B) 200.
C) 400.
D) 800.
E) 1.600.

Sequência de quadrados na malha e área **pista p. 19** · **resolução p. 22**

114 UFRGS · 2014 · questão 35 Fácil–média

Considere o padrão de construção representado pelos desenhos abaixo.



Na etapa 1, há um único quadrado com lado 1. Na etapa 2, esse quadrado foi dividido em nove quadrados congruentes, sendo quatro deles retirados, como indica a figura. Na etapa 3 e nas seguintes, o mesmo processo é repetido em cada um dos quadrados da etapa anterior.

Nessas condições, a área restante, na etapa 5, é

A) $\frac{125}{729}$.
B) $\frac{125}{2187}$.
C) $\frac{625}{729}$.
D) $\frac{625}{2187}$.
E) $\frac{625}{6561}$.

Fractal de quadrados: área restante em PG **pista p. 19** · **resolução p. 23**

115 UFRGS · 2015 · questão 32 Fácil–média

Para fazer a aposta mínima na mega-sena uma pessoa deve escolher 6 números diferentes em um cartão de apostas que contém os números de 1 a 60. Uma pessoa escolheu os números de sua aposta, formando uma progressão geométrica de razão inteira.

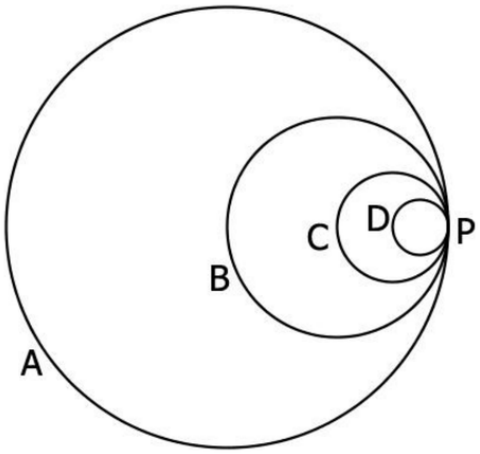
Com esse critério, é correto afirmar que

A) essa pessoa apostou no número 1.
B) a razão da PG é maior do que 3.
C) essa pessoa apostou no número 60.
D) a razão da PG é 3.
E) essa pessoa apostou somente em números ímpares.

Progressão geométrica com termos limitados **pista p. 19** · **resolução p. 23**

116 UFRGS · 2015 · questão 34 Fácil–média

Considere o padrão de construção representado pelo desenho abaixo.



O disco A tem raio medindo 1. O disco B é tangente ao disco A no ponto P e passa pelo centro do disco A. O disco C é tangente ao disco B no ponto P e passa pelo centro do disco B. O disco D é tangente ao disco C no ponto P e passa pelo centro do disco C. O processo de construção dos discos é repetido infinitamente.

Considerando a sucessão infinita de discos, a soma das áreas dos discos é

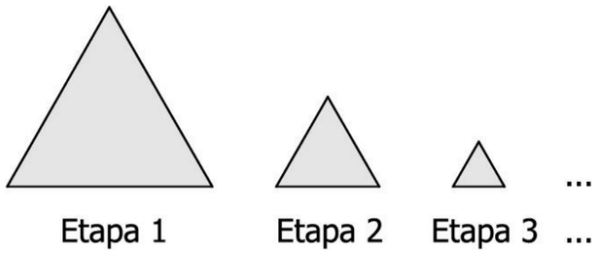
A) $\frac{\pi}{4}$.
B) $\frac{\pi}{3}$.
C) $\frac{2\pi}{3}$.
D) π.
E) $\frac{4\pi}{3}$.

Soma de PG infinita: áreas de discos

pista p. 19 · resolução p. 23

117 UFRGS · 2016 · questão 33 Fácil–média

Considere o padrão de construção representado pelos triângulos equiláteros abaixo.



O perímetro do triângulo da etapa 1 é 3 e sua altura é h; a altura do triângulo da etapa 2 é metade da altura do triângulo da etapa 1; a altura do triângulo da etapa 3 é metade da altura do triângulo da etapa 2 e, assim, sucessivamente.

Assim, a soma dos perímetros da sequência infinita de triângulos é

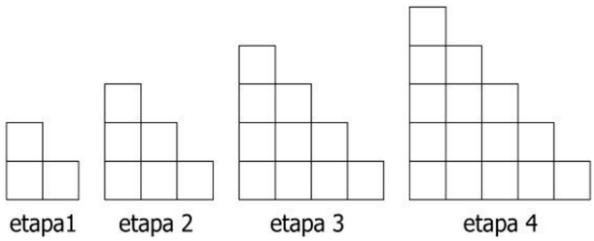
A) 2.
B) 3.
C) 4.
D) 5.
E) 6.

Série geométrica: perímetros de triângulos

pista p. 19 · resolução p. 24

118 UFRGS · 2017 · questão 30 Fácil–média

Quadrados iguais de lado 1 são justapostos, segundo padrão representado nas figuras das etapas abaixo.



Mantido esse padrão de construção, o número de quadrados de lado 1, existentes na figura da etapa 100, é

A) 1331.
B) 3050.
C) 5050.
D) 5100.
E) 5151.

Sequências: padrão de figuras e soma de PA

pista p. 19 · resolução p. 24

119 UFRGS · 2026 · questão 61 Fácil–média

O valor da expressão $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} + \cdots$ é

A) $\frac{1}{2}$.
B) 1.
C) $\sqrt{2}$.
D) $2\sqrt{2}$.
E) $3\sqrt{2}$.

PG infinita pista p. 19 · resolução p. 25

120 UFRGS · 2012 · questão 33 Média

Em um sistema de coordenadas cartesianas, serão traçados triângulos isósceles. Os vértices da base do primeiro triângulo são os pontos A(−1, 2) e B(2, 2); os vértices da base do segundo triângulo são C(3,5; 2) e D(6,5; 2); o terceiro triângulo tem os vértices de sua base nos pontos E(8, 2) e F(11, 2). Prosseguindo com esse padrão de construção, obtém-se uma sequência de triângulos.

Com base nesses dados, é correto afirmar que a abscissa do vértice oposto à base do 18º triângulo é

A) 74,5.
B) 75,5.
C) 76.
D) 76,5.
E) 77.

Padrões no plano cartesiano e progressão aritmética pista p. 19 · resolução p. 25

121 UFRGS · 2013 · questão 36 Média

Se $a_1, a_2, \ldots, a_{100}$ é uma progressão aritmética de razão r, então a sequência $a_1 - a_{100}$, $a_2 - a_{99}$, $\ldots$, $a_{50} - a_{51}$, é uma progressão

A) geométrica de razão 2r.
B) geométrica de razão r.
C) aritmética de razão −r.
D) aritmética de razão r.
E) aritmética de razão 2r.

Progressão aritmética: diferenças de termos simétricos pista p. 19 · resolução p. 25

122 UFRGS · 2016 · questão 32 Média

Considere a sequência de números binários 101, 1010101, 10101010101, 101010101010101... .

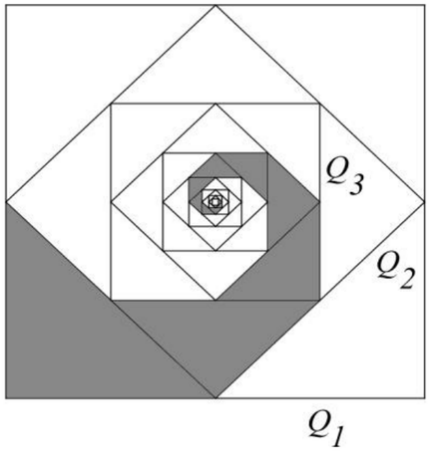
A soma de todos os algarismos dos 20 primeiros termos dessa sequência é

A) 52.
B) 105.
C) 210.
D) 420.
E) 840.

Sequências: padrão e soma de PA pista p. 19 · resolução p. 26

123 UFRGS · 2017 · questão 33 Média

Na figura abaixo, encontram-se representados quadrados de maneira que o maior quadrado (Q_1) tem lado 1. O quadrado Q_2 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_1 ; o quadrado Q_3 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_2 e, assim, sucessiva e infinitamente.



A soma das áreas da sequência infinita de triângulos sombreados na figura é

A) $\frac{1}{2}$.
B) $\frac{1}{4}$.
C) $\frac{1}{8}$.
D) $\frac{1}{16}$.
E) $\frac{1}{32}$.

Série geométrica: áreas de quadrados encaixados pista p. 19 · resolução p. 26

124 **UFRGS · 2018 · questão 33** Média

Considere a função real f definida por $f(x) = 2^{-x}$. O valor da expressão $S = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(100)$ é

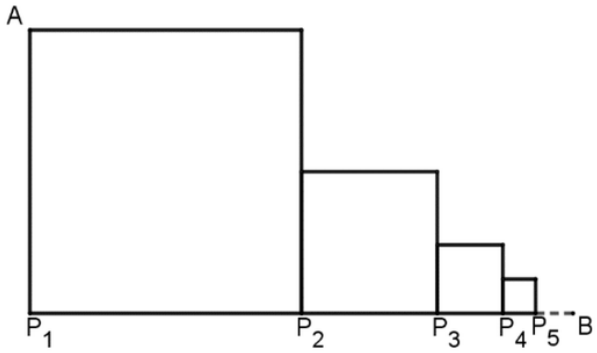
A) $S = 2 - 2^{-101}$.
B) $S = 2^{50} + 2^{-50}$.
C) $S = 2 + 2^{-101}$.
D) $S = 2 + 2^{-100}$.
E) $S = 2 - 2^{-100}$.

Soma de progressão geométrica pista p. 19 · resolução p. 27

125 **UFRGS · 2020 · questão 40** Média

A figura a seguir é formada por quadrados de lados $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$, e assim sucessivamente.

A construção é tal que os pontos P_1, P_2, P_3, ..., B são colineares, e as bases dos quadrados têm medidas $\overline{P_1P_2} = 1$, $\overline{P_2P_3} = \frac{1}{2}$, $\overline{P_3P_4} = \frac{1}{4}$ e assim por diante. O ponto A é vértice do quadrado de lado $\overline{P_1P_2}$, como representado na figura abaixo.



A medida do segmento $\overline{AB}$ é

A) 1.
B) $\sqrt{2}$.
C) $\sqrt{3}$.
D) 2.
E) $\sqrt{5}$.

Progressão geométrica e Pitágoras pista p. 19 · resolução p. 27

126 **UFRGS · 2024 · questão 47** Média

Considere as seguintes afirmações sobre números e suas operações.

I. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdots > 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} \cdots$.

II. $\sqrt{\sqrt{7+10}} < \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{10}}$.

III. $6 \cdot 5^{10} < 5 \cdot 6^{10}$.

Quais estão corretas?

A) Apenas I.
B) Apenas II.
C) Apenas I e III.
D) Apenas II e III.
E) I, II e III.

Comparação de números: PG infinita, radicais e potências pista p. 19 · resolução p. 27

CAPÍTULO 5 · SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

Pistas

Leia só a pista da questão em que travou. Ela mostra por onde começar, sem dar a resposta.

106. Com n filas, o total é $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$. Procure n com $n(n+1)=462$. questão p. 13

107. Nos exemplos, o expoente 2 está em cima da quantidade de ímpares somados. Quantos ímpares há de 1 a 99? questão p. 13

108. Conte: 3, 5, 7 palitos. Quantos palitos cada etapa acrescenta? questão p. 14

109. Conte por partes: o disco do centro mais os quatro braços. Quantos discos tem cada braço na etapa k? questão p. 14

110. Cada termo é o anterior dividido por 4. Isso é uma PG infinita com razão $\frac{1}{4}$: use a soma $\frac{a_1}{1-q}$. questão p. 14

111. Em triângulos semelhantes, perímetros e alturas estão na mesma razão. questão p. 14

112. O primeiro perímetro é 3. Os perímetros também diminuem na razão 2/3. questão p. 15

113. Meça as diagonais: 2, 4, 6... Na etapa 20, quanto mede a diagonal? A área do quadrado é a diagonal ao quadrado sobre 2. questão p. 15

114. A cada etapa, ficam 5 dos 9 quadradinhos. Por quanto a área é multiplicada? Quantas vezes isso acontece até a etapa 5? questão p. 15

115. O sexto termo é $a_1 \cdot q^5$ e não pode passar de 60. Teste $q=2$ e $q=3$. questão p. 15

116. O disco B vai de P até o centro de A: seu diâmetro é o raio de A. Qual é a razão entre as áreas de dois discos seguidos? questão p. 16

117. Em triângulos equiláteros, altura e lado são proporcionais. Se a altura cai à metade, o perímetro também. questão p. 16

118. Conte as colunas: na etapa 1 são alturas 2 e 1, na etapa 2 são 3, 2 e 1. Quantas colunas tem a etapa 100? questão p. 16

119. Compare dois termos vizinhos: o segundo é a metade do primeiro. É uma PG infinita de razão $\frac{1}{2}$. questão p. 17

120. No triângulo isósceles, o vértice oposto à base fica sobre o ponto médio da base. Quanto o ponto médio anda de um triângulo para o próximo? questão p. 17

121. Passando de a_1-a_{100} para a_2-a_{99}, o primeiro termo sobe quanto? E o termo subtraído? questão p. 17

122. Conte os algarismos 1 de cada termo: 101 tem 2, 1010101 tem 4, ... Qual é o padrão? questão p. 17

123. O primeiro triângulo é um canto de Q_1: catetos $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$. Que fração do quadrado é isso? E cada quadrado novo tem que fração da área do anterior? questão p. 17

124. Os termos são $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$: uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$. Conte os termos: de 0 a 100 são 101. questão p. 18

125. P_1B é a soma infinita $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots$. Depois, AB é a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos P_1A e P_1B. questão p. 18

126. Na I, as duas somas são PGs infinitas: calcule cada uma. Na II, compare o que está dentro da raiz de fora, elevando ao quadrado. Na III, divida os dois lados por $5 \cdot 6$. questão p. 18

CAPÍTULO 5 · SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

Resoluções comentadas

106 UFRGS · 2018 · questão 34 Resposta: B

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- 1 + 2 + ⋯ + n = n(n + 1) ÷ 2.
- Quando o produto de dois inteiros seguidos é conhecido, a raiz quadrada dá uma boa estimativa.
- Teste o valor encontrado na fórmula.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: quantos termos de $1 + 2 + 3 + \cdots$ somam 231.

ESTRUTURAR

$$\frac{n(n+1)}{2} = 231 \Rightarrow n(n+1) = 462$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Estimar n pela raiz de 462 e confirmar.

A armadilha: resolver a equação do 2º grau e errar o sinal, ou marcar 22, que é o $n + 1$.

CALCULAR

$\sqrt{462} \approx 21{,}5$, e $21 \cdot 22 = 462$. Então $n = 21$.

CONFERIR

$\frac{21 \cdot 22}{2} = 231$ ✓. Com 22 filas seriam 253 estudantes.

Por que as outras tentam: 22 é o outro fator do produto $21 \cdot 22$.

Leve para outras questões: soma $1 + 2 + \cdots + n$ dada? Dobre o valor e procure dois inteiros seguidos com esse produto.

107 UFRGS · 2019 · questão 32 Resposta: C

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- A soma dos n primeiros ímpares é n².
- O n-ésimo ímpar é 2n − 1.
- Para contar termos de uma sequência de 2 em 2: (último − primeiro) ÷ 2 + 1.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: quantos ímpares há abaixo de 100.

ESTRUTURAR

Ímpares: $1, 3, 5, \ldots, 99$. A soma dos n primeiros ímpares é n^2.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Contar os ímpares e elevar ao quadrado.

A armadilha: elevar o último ímpar ao quadrado (99^2) ou esquecer o "+1" na contagem (49^2).

CALCULAR

$$2n - 1 = 99 \Rightarrow n = 50$$
$$1 + 3 + \cdots + 99 = 50^2$$

CONFERIR

Pelo par de pontas: $1 + 99 = 100$, $3 + 97 = 100$, ..., são 25 pares, $25 \cdot 100 = 2500 = 50^2$ ✓.

Por que as outras tentam: 49^2 é a contagem $\frac{99-1}{2}$ sem o +1; 99^2 e 100^2 usam o último número no lugar da quantidade.

Leve para outras questões: na soma de ímpares, o que vai ao quadrado é a quantidade de termos. Até $2n - 1$, são n termos.

108 UFRGS · 2020 · questão 39 Resposta: C

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- A etapa 1 usa 3 palitos.
- Cada nova etapa acrescenta 2 palitos.
- Termo geral da PA: primeiro termo + (n − 1) · razão.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: escrever a quantidade de palitos da etapa n e igualar a 245.

ESTRUTURAR

$$a_n = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Resolver $2n + 1 = 245$.

A armadilha: dividir 245 por 2 ou por 3 sem montar a PA.

CALCULAR

$$2n + 1 = 245 \quad \Rightarrow \quad n = 122$$

CONFERIR

Etapa 122: $3 + 121 \cdot 2 = 245$ ✓.

Por que as outras tentam: B (121) é o número de acréscimos de 2 palitos, sem contar a primeira etapa; D vem de $\frac{245+1}{2}$; A e E são vizinhos de erros de contagem.

Leve para outras questões: padrão que cresce sempre a mesma quantidade é PA: ache o primeiro termo e a razão.

109 UFRGS · 2022 · questão 50 **Resposta: C**

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- Em padrões de figuras, separe o que é fixo do que cresce a cada etapa.
- Se a cada etapa entram sempre os mesmos 4 discos, a quantidade forma uma progressão aritmética.
- Teste a fórmula nas etapas desenhadas antes de usar na etapa pedida.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a fórmula da quantidade de discos na etapa k, aplicada em $k = 200$.

ESTRUTURAR

• Etapa 1: 5 discos. Etapa 2: 9. Etapa 3: 13.

• Cada braço da cruz tem k discos na etapa k, e há sempre 1 disco no centro.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Montar a fórmula $n = 4k + 1$ e trocar k por 200.

A armadilha: esquecer o disco do centro e marcar 800, que não está entre as alternativas, ou contar o centro em cada braço.

CALCULAR

$$n = 4 \cdot 200 + 1 = 801$$

CONFERIR

A fórmula confere nas etapas desenhadas: $4 \cdot 1 + 1 = 5$, $4 \cdot 2 + 1 = 9$, $4 \cdot 3 + 1 = 13$ ✓.

Por que as outras tentam: as alternativas vêm de 9 em 9 em torno de 801. Um erro pequeno de contagem cai num vizinho, e testar a fórmula nas etapas desenhadas evita isso.

Leve para outras questões: em padrões de figuras, conte "o que é fixo + o que cresce por etapa". A fórmula sempre deve bater com as figuras dadas.

110 UFRGS · 2025 · questão 61 **Resposta: A**

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- Numa PG, cada termo é o anterior multiplicado pela mesma razão q.
- Se a razão está entre −1 e 1, a soma infinita tem valor finito: primeiro termo dividido por 1 menos a razão.
- A soma infinita é maior que qualquer soma parcial, mas nunca passa do limite.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o valor para onde a soma $15 + \frac{15}{4} + \frac{15}{16} + \cdots$ se aproxima.

ESTRUTURAR

• Primeiro termo: $a_1 = 15$.

• Razão: $q = \frac{a/4}{a} = \frac{1}{4}$, que está entre −1 e 1.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar a soma da PG infinita.

A armadilha: tratar 16, o denominador do terceiro termo, como se fosse a razão. Com $q = \frac{1}{16}$ a conta dá $\frac{15}{15/16} = 16$ (alternativa B).

CALCULAR

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{15}{1-\frac{1}{4}} = \frac{15}{\frac{3}{4}} = 15 \cdot \frac{4}{3} = 20$$

CONFERIR

As somas parciais 15; 18,75; 19,69; ... crescem e ficam abaixo de 20 ✓.

Por que as outras tentam: 15 (C) é só o primeiro termo. 10 e 8 são menores que 15, e a soma de termos positivos nunca fica abaixo do primeiro termo.

Leve para outras questões: soma com "· · ·" e termos que se dividem sempre pelo mesmo número é PG infinita. Ache a razão comparando dois termos vizinhos, não lendo um denominador solto.

111 UFRGS · 2012 · questão 34 **Resposta: D**

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- Em figuras semelhantes, todas as medidas lineares mudam pela mesma razão.
- O perímetro é uma medida linear, como a altura.
- Soma de PG finita: some os termos (aqui são só quatro).

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar os quatro primeiros termos da PG dos perímetros.

ESTRUTURAR

Perímetros: $1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Somar com denominador 8.

A armadilha: usar a razão das áreas ($\frac{1}{4}$) no lugar da razão linear ($\frac{1}{2}$).

CALCULAR

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{8+4+2+1}{8}=\frac{15}{8}$$

CONFERIR

Pela fórmula: $\frac{1-(1/2)^4}{1-1/2}=\frac{15/16}{1/2}=\frac{15}{8}$ ✓.

Por que as outras tentam: com razão $\frac{1}{4}$ (a das áreas), a soma seria $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}=\frac{85}{64}$, que nem está nas alternativas.

Leve para outras questões: razão de semelhança k vale para comprimentos e perímetros; áreas mudam por k^2 e volumes por k^3.

112 UFRGS · 2013 · questão 35 **Resposta: A**

voltar à questão, p. 15

IDEIAS-BASE

- O perímetro de um triângulo equilátero é 3 vezes o lado.
- Se os lados formam uma PG, os perímetros formam uma PG de mesma razão.
- Soma da PG infinita com razão entre −1 e 1: primeiro termo dividido por 1 menos a razão.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar a PG infinita dos perímetros.

ESTRUTURAR

Perímetros: $3,\ 2,\ \frac{4}{3},\ \ldots$, com $a_1=3$ e $q=\frac{2}{3}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Aplicar $S=\frac{a_1}{1-q}$.

A armadilha: somar só os lados (dá 3) e esquecer de multiplicar por 3.

CALCULAR

$$S=\frac{3}{1-\frac{2}{3}}=\frac{3}{\frac{1}{3}}=9$$

CONFERIR

Soma dos lados: $\frac{1}{1-2/3}=3$; vezes 3 lados por triângulo, 9 ✓.

Por que as outras tentam: quem soma só os lados encontra 3, que nem está nas alternativas; esse é o sinal de que faltou multiplicar por 3.

Leve para outras questões: multiplicar todos os termos de uma PG por uma constante multiplica a soma por essa constante e não muda a razão.

113 UFRGS · 2014 · questão 34 **Resposta: D**

voltar à questão, p. 15

IDEIAS-BASE

- Área do quadrado pela diagonal: d² dividido por 2.
- Na malha, as diagonais dos quadrados inclinados são horizontais e verticais.
- Na etapa n, a diagonal mede 2n.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a regra da área em função da etapa.

ESTRUTURAR

Etapa n: diagonal $2n$. Área:

$$A_n=\frac{(2n)^2}{2}=2n^2$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Substituir $n=20$.

A armadilha: tratar a diagonal como lado do quadrado.

CALCULAR

$$A_{20}=2\cdot 20^2=800\ \text{cm}^2$$

CONFERIR

Etapa 1: $2\cdot 1=2$ (4 meios-quadradinhos) ✓.
Etapa 2: 8 ✓.

Por que as outras tentam: E (1.600) usa a diagonal 40 como lado; C (400) toma a área como n^2.

Leve para outras questões: em sequências de figuras, calcule as primeiras etapas, ache a regra em n e só depois substitua o número grande.

114 UFRGS · 2014 · questão 35 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 15

IDEIAS-BASE

- Cada passo mantém 5 nonos da área.
- Da etapa 1 até a etapa 5 há 4 passos.
- Área na etapa n: (5/9) elevado a n menos 1.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: aplicar 4 vezes o fator $\frac{5}{9}$ à área inicial 1.

ESTRUTURAR

$$A_n = \left(\frac{5}{9}\right)^{n-1}$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Substituir $n = 5$.

A armadilha: usar expoente 5, contando a etapa 1 como se já tivesse um corte.

CALCULAR

$$A_5 = \left(\frac{5}{9}\right)^{4} = \frac{625}{6561}$$

CONFERIR

Etapa 2: $\frac{5}{9}$ (5 dos 9 quadrados) ✓. $9^4 = 6561$ e $5^4 = 625$ ✓.

Por que as outras tentam: com expoente 5 sairia $\frac{3125}{59049}$, que não está nas alternativas. C ($\frac{625}{729}$) tem o numerador certo com o denominador 9^3.

Leve para outras questões: em fractais, ache o fator que multiplica a área a cada passo e conte os passos (etapa n tem n – 1 passos).

115 UFRGS · 2015 · questão 32 **Resposta: A**

voltar à questão, p. 15

IDEIAS-BASE

- O termo geral da PG é o primeiro termo vezes a razão elevada a n menos 1.
- Números diferentes exigem razão diferente de 1.
- O maior termo tem que caber no cartão: no máximo 60.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: descobrir a única PG de 6 termos inteiros diferentes entre 1 e 60.

ESTRUTURAR

$$a_6 = a_1 \cdot q^5 \leq 60$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Testar as razões inteiras a partir de 2.

A armadilha: achar que há várias PGs possíveis e marcar uma alternativa sobre a razão sem testar.

CALCULAR

$q = 3$: $3^5 = 243 > 60$, impossível mesmo com $a_1 = 1$.

$q = 2$: $2^5 = 32$, então $a_1 \cdot 32 \leq 60$ obriga $a_1 = 1$.

A aposta é 1, 2, 4, 8, 16, 32.

CONFERIR

Os seis números são diferentes, estão entre 1 e 60 e cada um é o dobro do anterior ✓.

Por que as outras tentam: B e D esbarram em $3^5 = 243$; C (60) não é potência de 2; E falha porque só o 1 é ímpar.

Leve para outras questões: quando os termos têm um teto, escreva o maior termo ($a_1 q^{n-1}$) e veja quais razões cabem. Potências crescem rápido.

116 UFRGS · 2015 · questão 34 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 16

IDEIAS-BASE

- Cada disco tem metade do raio do anterior.
- Raio pela metade faz a área cair para um quarto.
- Soma da PG infinita: primeiro termo dividido por 1 menos a razão.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar as áreas $\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{16}, \ldots$

ESTRUTURAR

Raios: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$

Áreas: $\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{16}, \ldots$, PG de razão $\frac{1}{4}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Aplicar a soma da PG infinita às áreas.

A armadilha: usar a razão $\frac{1}{2}$ dos raios nas áreas.

CALCULAR

$$S = \frac{\pi}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$

CONFERIR

A soma passa um pouco da área de A: $\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{16} \approx 1{,}31\pi$, já perto de $\frac{4\pi}{3} \approx 1{,}33\pi$ ✓.

Por que as outras tentam: D (π) é só a área do disco A; A ($\frac{\pi}{4}$) é só a área do disco B.

Leve para outras questões: se os comprimentos formam PG de razão k, as áreas formam PG de razão k^2 (e os volumes, k^3).

117 UFRGS · 2016 · questão 33 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 16

IDEIAS-BASE

- Figuras semelhantes: todas as medidas lineares mudam na mesma razão.
- Soma de PG infinita: primeiro termo dividido por (1 – razão).
- A razão aqui é 1 sobre 2.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar os perímetros $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$.

ESTRUTURAR

Perímetros: $3,\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{4},\ \ldots$, uma PG com $a_1 = 3$ e $q = \frac{1}{2}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar a soma da PG infinita.

A armadilha: aplicar a razão $\frac{1}{4}$ (a das áreas) aos perímetros.

CALCULAR

$$S = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = 6$$

CONFERIR

As somas parciais: $3;\ 4{,}5;\ 5{,}25;\ 5{,}625;\ \ldots$ se aproximam de 6 ✓.

Por que as outras tentam: C (4) é a soma com razão $\frac{1}{4}$: $\frac{3}{1-\frac{1}{4}} = 4$.

Leve para outras questões: em figuras semelhantes, comprimentos seguem a razão k e áreas seguem k^2. Escolha a razão certa para o que é pedido.

118 UFRGS · 2017 · questão 30 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 16

IDEIAS-BASE

- 1 + 2 + ⋯ + m = m(m + 1) ÷ 2.
- Descubra o padrão contando as colunas de cada etapa.
- Teste a fórmula nas etapas desenhadas antes de usar n = 100.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: quantos quadradinhos tem a escada da etapa 100.

ESTRUTURAR

Na etapa n, as colunas têm alturas $n + 1, n, \ldots, 2, 1$.

$$\begin{aligned} \text{total} &= 1 + 2 + \cdots + (n+1) \\ &= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Somar de 1 até 101.

A armadilha: somar só de 1 até 100 e marcar 5050. A etapa 1 já começa com uma coluna de altura 2.

CALCULAR

$$\frac{101 \cdot 102}{2} = 5151$$

CONFERIR

A fórmula nas etapas desenhadas: $n = 1$: $\frac{2\cdot 3}{2} = 3$; $n = 2$: 6; $n = 3$: 10; $n = 4$: 15 ✓.

Por que as outras tentam: 5050 é $1 + 2 + \cdots + 100$, que é a etapa 99.

Leve para outras questões: em sequência de figuras, escreva a fórmula e teste nas etapas desenhadas. O erro mais comum é ficar uma etapa atrasado.

119 UFRGS · 2026 · questão 61 Resposta: C

voltar à questão, p. 17

IDEIAS-BASE

- Numa PG, cada termo é o anterior vezes a mesma razão q.
- Com a razão entre −1 e 1, a soma infinita é o primeiro termo dividido por 1 menos a razão.
- Para tirar a raiz do denominador, multiplique em cima e embaixo pela raiz.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o valor da soma infinita, não a razão nem um termo.

ESTRUTURAR

• Primeiro termo: $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

• Razão: $q = \frac{1/(2\sqrt{2})}{1/\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar a soma da PG infinita.

A armadilha: achar a razão $\frac{1}{2}$ e parar ali. A razão é a alternativa A, mas a pergunta é a soma.

CALCULAR

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

CONFERIR

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$ e as somas parciais são 0,71; 1,06; 1,24; ... crescem e ficam abaixo de 1,41 ✓. A soma tem que passar do primeiro termo, 0,71, o que já descarta $\frac{1}{2}$.

Leve para outras questões: em soma infinita, ache a razão dividindo um termo pelo anterior e use $\frac{a_1}{1-q}$. Racionalize só no fim.

120 UFRGS · 2012 · questão 33 Resposta: E

voltar à questão, p. 17

IDEIAS-BASE

- O vértice oposto à base de um triângulo isósceles tem a abscissa do ponto médio da base.
- Ponto médio: média das abscissas dos extremos.
- Termo geral da PA: a1 + (n − 1) r.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: achar a PA das abscissas dos pontos médios e calcular o 18º termo.

ESTRUTURAR

Pontos médios: $\frac{-1+2}{2} = 0{,}5$, $\frac{3{,}5+6{,}5}{2} = 5$, $\frac{8+11}{2} = 9{,}5$. PA de razão 4,5.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Aplicar $x_n = 0{,}5 + (n-1) \cdot 4{,}5$.

A armadilha: usar n em vez de $n-1$ no termo geral.

CALCULAR

$$x_{18} = 0{,}5 + 17 \cdot 4{,}5 = 0{,}5 + 76{,}5 = 77$$

CONFERIR

$x_3 = 0{,}5 + 2 \cdot 4{,}5 = 9{,}5$, que bate com o ponto médio de EF ✓.

Por que as outras tentam: quem usa $18 \cdot 4{,}5$ chega a 81,5, que nem está nas alternativas; D (76,5) é só $17 \cdot 4{,}5$, esquecendo o primeiro termo 0,5.

Leve para outras questões: quando um padrão se repete com passo fixo, escreva os três primeiros valores e confira a razão antes de saltar para o termo pedido.

121 UFRGS · 2013 · questão 36 Resposta: E

voltar à questão, p. 17

IDEIAS-BASE

- Termo geral da PA: a com índice n é igual a a1 mais (n − 1) vezes r.
- Quando o índice do termo subtraído desce 1, o valor dele cai r.
- Uma sequência é PA quando a diferença entre termos seguidos é constante.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: achar a diferença entre dois termos seguidos da nova sequência.

ESTRUTURAR

O termo geral da nova sequência é $b_k = a_k - a_{101-k}$, para k de 1 a 50.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Escrever b_k em função de k.

A armadilha: lembrar só que a_k sobe r e esquecer que a_{101-k} desce r, o que levaria a pensar em razão r.

CALCULAR

$$\begin{aligned} b_k &= [a_1 + (k-1)r] - [a_1 + (100-k)r] \\ &= (2k - 101)\, r \end{aligned}$$

$$b_{k+1} - b_k = 2r$$

CONFERIR

Exemplo: a PA 1, 2, 3, ..., 100 (r = 1) dá $1 - 100 = -99$, $2 - 99 = -97$, ..., $50 - 51 = -1$: PA de razão 2 ✓.

Por que as outras tentam: D (razão r) vem da armadilha. A e B falam em PG, mas a diferença entre termos seguidos é constante, não o quociente.

Leve para outras questões: quando dois índices andam em sentidos opostos, os efeitos se somam; quando andam juntos, se cancelam.

122 UFRGS · 2016 · questão 32 **Resposta: D**

voltar à questão, p. 17

IDEIAS-BASE

- Os zeros não mudam a soma dos algarismos.
- Termos que crescem sempre com a mesma diferença formam uma PA.
- Soma de PA: (primeiro + último) · número de termos ÷ 2.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: quantos algarismos 1 há nos 20 primeiros termos.

ESTRUTURAR

Quantidade de 1 em cada termo: 2, 4, 6, 8, ... O termo n tem $2n$ algarismos 1.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Somar $2 + 4 + \cdots + 40$.

A armadilha: contar 1, 2, 3, ... algarismos 1 por termo e somar só até 20.

CALCULAR

$$2 + 4 + \cdots + 40 = 2(1 + 2 + \cdots + 20) = 2 \cdot 210 = 420$$

CONFERIR

Os termos têm 3, 7, 11, 15 algarismos (4 a mais cada vez), e cada novo "10" acrescenta dois 1 a cada passo: 101 → 1010101 acrescenta "1010" ✓.

Por que as outras tentam: C (210) é $1 + 2 + \cdots + 20$, contando um 1 a menos por passo.

Leve para outras questões: em sequência de números escritos, conte o que importa (aqui, os 1) nos primeiros termos e ache a PA.

123 UFRGS · 2017 · questão 33 **Resposta: B**

voltar à questão, p. 17

IDEIAS-BASE

- Ligar os pontos médios dos lados de um quadrado gera um quadrado com metade da área.
- Cada canto que sobra é um triângulo retângulo isósceles com um oitavo da área do quadrado.
- Soma de PG infinita: primeiro termo dividido por (1 – razão).

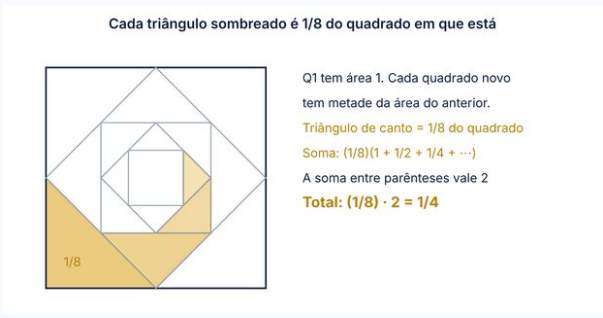
INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar infinitos triângulos que encolhem sempre na mesma proporção.

ESTRUTURAR

• Área de Q_1 = 1, área de Q_2 = $\frac{1}{2}$, área de Q_3 = $\frac{1}{4}$, ...

• Em cada Q_k, um triângulo de canto sombreado com área igual a $\frac{1}{8}$ da área de Q_k.



ESCOLHER ESTRATÉGIA

Montar a PG das áreas dos triângulos e somar.

A armadilha: parar no primeiro triângulo ($\frac{1}{8}$) e esquecer que a sequência é infinita.

CALCULAR

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots = \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

CONFERIR

Primeiro triângulo: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ✓. Como as áreas dos quadrados somam $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = 2$, os triângulos somam $\frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$ ✓.

Por que as outras tentam: C ($\frac{1}{8}$) é só o primeiro triângulo.

Leve para outras questões: figuras que se repetem encolhendo viram PG. Ache a área da primeira peça e a razão entre uma e a seguinte.

124 UFRGS · 2018 · questão 33 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 18

IDEIAS-BASE

- A soma de n termos de uma PG é $a_1 \cdot (1 - q^n) \div (1 - q)$.
- De 0 a 100 há 101 números.
- A soma infinita 1 + 1/2 + 1/4 + ⋯ vale 2, e a soma finita fica um pouco abaixo.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a soma de 101 termos da PG $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$.

ESTRUTURAR

$a_1 = 1, q = \frac{1}{2}, n = 101.$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Aplicar a fórmula da soma da PG e simplificar.

A armadilha: na simplificação, $2\left(1 - 2^{-101}\right)$ é $2 - 2^{-100}$. Quem esquece de multiplicar o segundo termo por 2 marca $2 - 2^{-101}$, alternativa A.

CALCULAR

$$S = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{101}}{1 - \frac{1}{2}} = 2\left(1 - 2^{-101}\right) = 2 - 2^{-100}$$

CONFERIR

Com poucos termos: $f(0) + f(1) + f(2) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4} = 2 - 2^{-2}$ ✓. O expoente é sempre o último x.

Por que as outras tentam: A esquece de distribuir o 2; C e D somam em vez de subtrair, mas a soma nunca passa de 2.

Leve para outras questões: $1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$. Teste a fórmula com dois ou três termos antes de usar.

125 UFRGS · 2020 · questão 40 **Resposta: E**

voltar à questão, p. 18

IDEIAS-BASE

- Soma da PG infinita de razão entre −1 e 1: primeiro termo / (1 − razão).
- P_1A é o lado do primeiro quadrado, que mede 1.
- O ângulo em P_1 é reto, então vale Pitágoras no triângulo AP_1B.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: somar a PG infinita para achar P_1B e aplicar Pitágoras.

ESTRUTURAR

$$P_1B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots$$
$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$
$$P_1A = 1$$

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Hipotenusa do triângulo de catetos 1 e 2.

A armadilha: parar em $P_1B = 2$ e marcar D.

CALCULAR

$$AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

CONFERIR

$\sqrt{5} \approx 2{,}24$, um pouco maior que $P_1B = 2$, como deve ser uma hipotenusa ✓.

Por que as outras tentam: D (2) é o comprimento de P_1B, não de AB; B ($\sqrt{2}$) é a diagonal do primeiro quadrado, até P_2.

Leve para outras questões: figuras que "somem" ao infinito pedem soma de PG; depois, use a medida achada como num problema comum.

126 UFRGS · 2024 · questão 47 **Resposta: D**

voltar à questão, p. 18

IDEIAS-BASE

- A soma infinita de uma PG é o primeiro termo dividido por 1 menos a razão.
- Entre números positivos, comparar as raízes é o mesmo que comparar os radicandos.
- Dividir os dois lados de uma desigualdade por um número positivo não muda o sinal.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: decidir três comparações entre números, sem calculadora.

ESTRUTURAR

• I: duas PGs infinitas, de razões $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

• II: dentro da raiz de fora, $\sqrt{17}$ contra $\sqrt{7} + \sqrt{10}$.

• III: potências de 5 e de 6 com o mesmo expoente depois de simplificar.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Calcular a I, elevar ao quadrado na II, simplificar a III.

A armadilha: na II, ler o lado esquerdo como $\sqrt{\sqrt{7}+10}$. A raiz de dentro cobre "7 + 10", e o lado esquerdo é $\sqrt{\sqrt{17}}$.

CALCULAR

I. Esquerda: $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$. Direita: $\frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3$. Como $2 < 3$, a I é falsa.

II. Basta comparar $\sqrt{17}$ com $\sqrt{7}+\sqrt{10}$. Ao quadrado: 17 contra $7+10+2\sqrt{70} = 17+2\sqrt{70}$. O da direita é maior, então a II é verdadeira.

III. Dividindo os dois lados por $30 = 5 \cdot 6$, fica $5^9 < 6^9$. Verdadeira.

CONFERIR

II e III corretas: alternativa D.

Por que as outras tentam: quem acha que a soma maior é a que começa em 1, por ter mais termos grandes, marca a I e vai para C ou E. Quem lê a raiz da II errado descarta a II e fica sem alternativa com "apenas III".

Leve para outras questões: para comparar radicais encaixados, eleve ao quadrado quantas vezes precisar. Para comparar $a \cdot b^n$ com $b \cdot a^n$, divida tudo por $a \cdot b$.

CORREÇÃO

Gabarito rápido

Clique na questão para ir até a resolução. "An." indica questão anulada pela UFRGS.

5. Sequências e progressões

106 **B**	107 **C**	108 **C**	109 **C**	110 **A**	111 **D**	112 **A**	113 **D**	114 **E**	115 **A**
116 **E**	117 **E**	118 **E**	119 **C**	120 **E**	121 **E**	122 **D**	123 **B**	124 **E**	125 **E**
126 **D**									

SOBRE O AUTOR

Rafael Teixeira



Rafael Teixeira é professor de Matemática em Pelotas, no Rio Grande do Sul, formado pela UFPel. Dá aula há 10 anos, entre aulas particulares, colégios e pré-vestibulares, para quem vai fazer o ENEM, os vestibulares do Sul e a prova do Colégio Tiradentes.

Sempre gostou de Matemática. Saiu do Paraná aos 17 anos para cursar Engenharia no Rio Grande do Sul e, no meio do caminho, virou monitor de Cálculo. Foi ali que se apaixonou por dar aula. Na disciplina de Equações Diferenciais, o professor Neide perguntava a cada método novo: "Vocês aceitam isso que está no quadro ou vocês acreditam?". Dessa pergunta veio a decisão de largar quatro anos de Engenharia e recomeçar quase do zero na Matemática, para aprender de onde as coisas vêm e como elas funcionam.

É autor do Banco de Questões do site profrafaelteixeira.com.br, com mais de 3.000 questões de prova resolvidas no mesmo método deste livro, e do Raio-X das provas, que mostra o que cada banca cobra e onde os alunos mais erram. A assinatura de tudo o que ele publica é a mesma: mais raciocínio, menos decoreba.

"Tento nunca deixar de pensar como aluno, porque muitas vezes, quando a gente vira professor, esquece do outro lado, de como o aluno gostaria de aprender. Espero que você goste do material e que ele ajude você a melhorar sua relação com a Matemática, do jeito que muitos professores me ajudaram no caminho. Bons estudos!"

Continue no site

Banco de Questões
Mais de 3.000 questões de prova resolvidas, com correção na hora.

Raio-X das Provas
O que mais cai em cada prova.

Livros e cadernos
PAVE, UFRGS, IFSul e os Cadernos da Trilha.

GOSTOU DA AMOSTRA?

O livro completo tem as 300 questões

Esta amostra traz o capítulo 5, Sequências e progressões, com 21 questões, as pistas e as resoluções. O livro completo tem os 12 capítulos.

- 300 questões de Matemática da UFRGS, de 2012 a 2026, com a fonte;
- pista e resolução comentada de todas;
- Raio-X, teste de entrada e mapa de progresso;
- gabarito rápido com links.

profrafaelteixeira.com.br/livros

Preço: R$ 59,90. Quem compra recebe as correções sem custo.

RAFAEL TEIXEIRA

PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Treine com as provas que a UFRGS já aplicou.

14 provas, de 2012 a 2026, todas as questões de Matemática. Organizadas por conteúdo, da mais fácil à mais difícil, com a resolução que mostra a ideia antes da conta.

300 questões reais
de Matemática da UFRGS, de 2012 a 2026, completas e com a fonte.

12 capítulos
Números, Funções, Logaritmos, Geometria plana e espacial, Analítica, Probabilidade e mais.

Pista e resolução
de todas: ideias-base, passo a passo, armadilha e por que as outras alternativas atraem.

Raio-X
o que mais cai e como a prova mudou depois de 2022, com teste de entrada e mapa de progresso.

Para quem é
Para o aluno do Ensino Médio ou do cursinho que vai fazer o vestibular da UFRGS e quer treinar com questões reais. Para a família que quer um material organizado e corrigido. Para o professor que prepara turmas para a UFRGS.

Banco de Questões no site
profrafaelteixeira.com.br/banco-de-questoes/

MAIS RACIOCÍNIO. MENOS DECOREBA.