RAFAEL TEIXEIRA

PROFESSOR DE MATEMÁTICA

PAVE

MATEMÁTICA

209 QUESTÕES RESOLVIDAS

ETAPAS 1, 2 E 3 · 2013 A 2025

PESO DE CADA ETAPA NA NOTA



AMOSTRA GRÁTIS

Todas as questões de Matemática do PAVE da UFPel, com pista e resolução comentada de cada uma.

209	questões reais da UFPel, completas e com a fonte
12	capítulos por conteúdo, da questão mais fácil à mais difícil
100%	com pista, resolução passo a passo e as armadilhas de cada alternativa



MAIS RACIOCÍNIO. MENOS DECOREBA.

MATEMÁTICA · PAVE UFPel

PAVE MATEMÁTICA

209 questões resolvidas das Etapas 1, 2 e 3, de 2013 a 2025, com Raio-X, teste de entrada, pistas e resoluções comentadas · amostra grátis

RAFAEL TEIXEIRA
Professor de Matemática

1ª edição · novembro de 2026 · Pelotas, RS

PAVE Matemática · 209 questões resolvidas · 2013 a 2025 · Amostra grátis
1ª edição · novembro de 2026

Autor: Rafael Teixeira, professor de Matemática.
Pistas, resoluções, Raio-X e organização: Rafael Teixeira.
Figuras de apoio das resoluções: desenhos do autor.
Projeto gráfico e diagramação: Rafael Teixeira Empreendimentos Educacionais.

Fontes das questões. Provas de Matemática do PAVE (Programa de Avaliação da Vida Escolar) da Universidade Federal de Pelotas, edições 2013 a 2025, e os gabaritos definitivos publicados pela UFPel em wp.ufpel.edu.br/pave/provas-anteriores. Cada questão traz a etapa, o ano e o número. Os enunciados e as figuras são reproduzidos das provas oficiais para fins de estudo. Este livro não tem vínculo com a UFPel.

PAVE 1 (Etapa 1)	72 questões
PAVE 2 (Etapa 2)	72 questões
PAVE 3 (Etapa 3)	65 questões
Questões anuladas pela UFPel (mantidas para estudo)	16

© 2026 Rafael Teixeira Empreendimentos Educacionais LTDA · CNPJ 64.785.946/0001-93 · Pelotas, RS.
Todos os direitos reservados. Este PDF é para uso pessoal de quem o comprou. Professores podem usar as resoluções nas próprias aulas, citando a fonte. Não é permitido revender, distribuir ou publicar o arquivo, no todo ou em parte, sem autorização por escrito.

Encontrou um erro? Escreva pelo site **profrafaelteixeira.com.br**. Quem compra recebe as correções sem custo. Versão digital, em A4, para ler na tela ou imprimir.

SUMÁRIO

O que tem neste livro

Para você que vai fazer o PAVE 5

Como usar este livro 6

Como funciona a nota do PAVE (e o I.R.) 7

Raio-X: o que mais cai em Matemática 8

Teste de entrada e mapa de progresso 9

Parte 1 · PAVE 1 (Etapa 1, 1ª série) 10

2. Sequências e progressões questões 24 a 38 11

Gabarito rápido 25

Sobre o autor e o site 26

O livro completo 27

APRESENTAÇÃO

Para você que vai fazer o PAVE

Este livro reúne todas as questões de Matemática do PAVE da UFPel, da edição 2013 à de 2025: são 209 questões das três etapas, com o enunciado completo, as figuras da prova e a resolução comentada de cada uma.

As questões estão organizadas do jeito que o PAVE cobra. A Parte 1 traz a Etapa 1, com o conteúdo da 1ª série; a Parte 2, a Etapa 2; a Parte 3, a Etapa 3. Dentro de cada parte, os capítulos separam os conteúdos, e em cada capítulo as questões vão da mais fácil à mais difícil.

Também deixei no livro as 16 questões que a UFPel anulou. Elas não valem ponto, mas mostram exatamente onde um enunciado pode enganar, e a resolução explica o motivo.

Em todas as resoluções você vai encontrar a mesma ordem: entender o que a questão pede, organizar os dados, escolher a estratégia, calcular e conferir. No fim, eu mostro por que as alternativas erradas atraem e o que levar dessa questão para as próximas.

O PAVE desconta ponto de quem erra. Por isso, antes de começar, leia a página sobre a pontuação e o I.R.: a conta mostra quando vale a pena marcar uma alternativa.

Bons estudos,
Rafael Teixeira

209 questões reais
Todas as de Matemática das edições 2013 a 2025, com a prova, o ano e o número.

Resolução de todas
Ideias-base, passo a passo, armadilha, por que as outras alternativas atraem e o que levar para outras questões.

Pista de cada questão
Uma dica que ajuda a começar sem entregar a resposta.

ANTES DE COMEÇAR

Como usar este livro

1. **Faça o teste de entrada** (página 9). São 12 questões deste livro, uma de cada capítulo. Ele mostra por onde começar.
2. **Estude a etapa que você vai fazer.** Quem está na 1ª série começa pela Parte 1; na 2ª, pela Parte 2; na 3ª, pela Parte 3. Na Etapa 3, vale revisar também as Partes 1 e 2, porque o conteúdo das séries anteriores volta.
3. **Resolva um capítulo de cada vez**, na ordem: as questões sobem de dificuldade. Calcule cerca de 6 minutos por questão, perto do tempo da prova.
4. **Travou?** Cada questão tem, no rodapé, o link para a **pista**. Veja a pista antes de olhar a resolução.
5. **Corrija pelo fim do capítulo.** Leia a resolução também das que acertou: o "Leve para outras questões" vale para a prova.
6. **Anote os acertos** no mapa de progresso. A meta de cada capítulo é acertar 70% das questões válidas. Não chegou lá? Refaça as que errou uma semana depois.

As cores da dificuldade

Cada questão traz uma etiqueta com a dificuldade, avaliada pelo autor para o aluno da série daquela etapa.

Fácil | Fácil–média | Média | Média–difícil | Difícil

Como cada questão aparece

No cabeçalho

O número no livro, a etapa, o ano e o número da questão na prova, e a dificuldade.

No rodapé

O assunto e os links para a pista e para a resolução. No PDF, os links levam direto à página.

Na resolução

A resposta, as ideias-base e o passo a passo. Um link volta para a questão.

Material de estudo, sem calculadora

No PAVE não se usa calculadora. Faça as contas no papel, como na prova. As questões são reproduzidas das provas oficiais da UFPel. As alternativas vão de A a E, e a F é o I.R.

ESTRATÉGIA DE PROVA

Como funciona a nota do PAVE (e o I.R.)

No PAVE, cada questão objetiva tem cinco alternativas (A a E) e uma sexta, a **F, "I.R."**, que quer dizer "ignoro a resposta". Quem acerta ganha pontos, quem erra perde uma parte, e quem marca I.R. não ganha nem perde nada.

Os valores do edital 2025

Etapa	Acerto	Erro	I.R.	Peso da etapa
Etapa 1	+3,125	−0,3125	0	×1
Etapa 2	+3,125	−0,3125	0	×2
Etapa 3	+2,6875	−0,26875	0	×3

Fonte: edital do PAVE 2025 (UFPel). O erro desconta 10% do valor do acerto. Confira os valores no edital da sua edição.

A conta do chute

Chute entre as 5 alternativas
Chance de acertar: 1 em 5.
$\frac{1}{5} \cdot 3{,}125 - \frac{4}{5} \cdot 0{,}3125 = 0{,}625 - 0{,}25 = +0{,}375$
Em média, o chute ainda **soma** pontos.

Chute entre 2 alternativas
Você eliminou três. Chance de acertar: 1 em 2.
$\frac{1}{2} \cdot 3{,}125 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}3125 \approx +1{,}41$
Quase metade do valor da questão, em média.

O que isso quer dizer na prática

- Como o erro tira só 10% do acerto, marcar uma alternativa vale mais, em média, do que marcar I.R., mesmo no chute.
- Cada alternativa eliminada aumenta muito o valor do palpite. As resoluções deste livro mostram, em "Por que as outras tentam", como eliminar as erradas.
- O I.R. serve para quem prefere não arriscar: ele garante que aquela questão não tira ponto. É uma escolha de risco, não de média.
- Questão anulada: nas edições recentes, a UFPel não publica no edital como ela conta. Por isso, neste livro, as anuladas aparecem para estudo, sem gabarito.

A média é o resultado de muitas questões. Numa questão só, o chute pode dar errado. A decisão é sua.

RAIO-X

O que mais cai em Matemática no PAVE

Contagem das 209 questões de Matemática das provas de 2013 a 2025, nas três etapas, pelo capítulo deste livro. As provas de 2013 a 2020 tinham de 4 a 7 questões de Matemática por etapa; desde 2021 são 5 por etapa (questões 19 a 23).

PAVE 1 · Etapa 1 (1ª série) · 72 questões



Os assuntos que mais aparecem: Conjuntos e conjuntos numéricos (12); Função quadrática (2º grau) (10); Progressão aritmética (PA) (9); Média, moda e mediana (8); Progressão geométrica (PG) (5).

PAVE 2 · Etapa 2 (2ª série) · 72 questões



Os assuntos que mais aparecem: Razões trigonométricas (13); Áreas e perímetros (12); Prismas, cubos e paralelepípedos (7); Cilindro (7); Trigonometria (5).

PAVE 3 · Etapa 3 (3ª série) · 65 questões



Os assuntos que mais aparecem: Porcentagem (10); Probabilidade (8); Análise combinatória (8); Geometria analítica (8); Matrizes (6).

Dificuldade das questões

Fácil: 50 | **Fácil–média: 71** | **Média: 78** | **Média–difícil: 7** | **Difícil: 3**

Fonte: provas e gabaritos definitivos da UFPel (wp.ufpel.edu.br/pave/provas-anteriores), levantamento do autor. 16 questões foram anuladas pela UFPel e entram aqui para estudo.

POR ONDE COMEÇAR

Teste de entrada

Resolva estas 12 questões, uma de cada capítulo, em até 75 minutos, sem consultar nada. Elas estão no livro, nas páginas indicadas: clique no número para ir até elas. Depois corrija pelo gabarito rápido e marque na tabela.

Capítulo	Questão	Página	Acertou?	Se errou
1. Funções	**23**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
2. Sequências e progressões	**33**	13	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
3. Números, conjuntos e álgebra	**57**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
4. Estatística, porcentagem e juros	**68**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
5. Trigonometria	**91**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
6. Geometria plana	**100**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
7. Geometria espacial	**124**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
8. Complexos, polinômios e álgebra	**137**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
9. Contagem e probabilidade	**155**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
10. Geometria analítica	**177**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
11. Matrizes, determinantes e sistemas	**191**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes
12. Porcentagem e matemática financeira	**208**	no livro completo	☐ sim ☐ não	comece pelas verdes

Acertou a questão do capítulo? Você pode começar pelas questões amarelas dele. Errou? Comece pelas verdes, na ordem.

Mapa de progresso

Anote quantas acertou em cada capítulo. A meta é 70% das questões válidas (as anuladas não contam). Pinte a linha quando chegar lá.

Capítulo	Questões	Válidas	Meta	1ª vez	2ª vez
1. Funções (PAVE 1)	1–23	21	**15**	___	___
2. Sequências e progressões (PAVE 1)	24–38	14	**10**	___	___
3. Números, conjuntos e álgebra (PAVE 1)	39–57	18	**13**	___	___
4. Estatística, porcentagem e juros (PAVE 1)	58–72	15	**11**	___	___
5. Trigonometria (PAVE 2)	73–93	21	**15**	___	___
6. Geometria plana (PAVE 2)	94–111	17	**12**	___	___
7. Geometria espacial (PAVE 2)	112–129	14	**10**	___	___
8. Complexos, polinômios e álgebra (PAVE 2)	130–144	14	**10**	___	___
9. Contagem e probabilidade (PAVE 3)	145–162	16	**12**	___	___
10. Geometria analítica (PAVE 3)	163–177	14	**10**	___	___
11. Matrizes, determinantes e sistemas (PAVE 3)	178–192	15	**11**	___	___
12. Porcentagem e matemática financeira (PAVE 3)	193–209	14	**10**	___	___

PARTE 1

1

PAVE 1

Etapa 1 · conteúdo da 1ª série · peso ×1 na nota final

72 questões de 2013 a 2025

Capítulo 2 Sequências e progressões 15 questões · p. 11

PAVE 1 · CAPÍTULO 2

Sequências e progressões

02

15 questões · 2013 a 2025 · questões 24 a 38 deste livro

O que cai neste capítulo

- Progressão aritmética (PA): 9 questões
- Progressão geométrica (PG): 5 questões
- Sequências e padrões: 1 questão

Meta: 10 de 14

As questões estão em ordem de dificuldade. Faça todas antes de corrigir.

Fácil: 5 · Fácil–média: 5 · Média: 5

Pistas p. 16 · **Resoluções** p. 17

24 PAVE 1 · 2016 · questão 16 — Fácil

Dada a função $f(x) = 3x - k$ onde $k \in \mathbb{R}$, a progressão aritmética de três termos consecutivos respectivamente iguais a $f(2)$, $f(5)$ e $f(8)$ tem razão igual a

A) 3.
B) 6.
C) k.
D) 9.
E) 3k.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) — pista p. 16 · resolução p. 17

25 PAVE 1 · 2017 · questão 15 — Fácil

O 8º termo da sequência definida por $a_n = 2n - 6$, com $n \in \mathbb{N}^*$ é

A) 10
B) 8
C) 2
D) 6
E) 1
F) I.R.

Sequências e padrões — pista p. 16 · resolução p. 17

26 PAVE 1 · 2018 · questão 15 — Fácil

Um aluno do primeiro ano do Ensino Médio da Escola Santa Rita, em Pelotas, com o propósito de comprar material escolar, começou a fazer sanduiches para vender na escola. No primeiro dia, fez 5 sanduíches, no segundo dia, fez 9 sanduíches; no terceiro dia, fez 13 sanduíches; no quarto dia, fez 17 sanduíches, e assim sucessivamente. Sabendo que a quantidade de sanduíches que serão produzidos diariamente segue a sequência apresentada anteriormente, o número de sanduíches, que deve ser feito para o vigésimo primeiro dia, será de

A) 95.
B) 105.
C) 85.
D) 90.
E) 75.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) — pista p. 16 · resolução p. 17

27 **PAVE 1 · 2019 · questão 18** Fácil

Uma máquina que embala biscoitos, de uma fábrica do bairro Areal, no município de Pelotas/RS, apresenta um rendimento, de hora em hora, crescente conforme vai ficando mais aquecida. Na primeira hora de trabalho, ela embala 120 pacotes de bolacha, na segunda hora, embala 143 pacotes e assim sucessivamente, aumentando 23 pacotes por cada hora de trabalho. Sendo assim, o número total de pacotes de bolacha embaladas nas 8h de trabalho de um dia, é:

A) 960 pacotes.
B) 1.308 pacotes.
C) 1.604 pacotes.
D) 281 pacotes.
E) 1.052 pacotes.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 18

28 **PAVE 1 · 2025 · questão 21** Fácil

Uma sequência numérica, ou simplesmente, uma sequência, é uma sucessão de números. Ela pode ser pensada como uma lista de números escritos em uma ordem definida $a_1, a_2, a_3, \ldots$, que seguem um padrão ou regra específica. Cada número na sequência é chamado de termo, e a sequência pode ser crescente, decrescente ou constante. As sequências podem ser definidas por uma fórmula ou lei de formação, que permite calcular qualquer termo da sequência a partir de sua posição.

Referência: https://lemas.furg.br/images/seq2311.pdf. Acesso em: 18/06/2025.

Considerando a sequência numérica $(-10, -3, 4, 11, 18, 25, \ldots)$, podemos afirmar que:

A) A sequência é uma Progressão Geométrica crescente.
B) O último termo dessa sequência é o número 25.
C) A sequência é finita e constante.
D) A diferença entre dois termos consecutivos, ou seja, a razão dessa sequência numérica, é igual a 7.
E) A sequência é uma Progressão Aritmética decrescente.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 18

29 **PAVE 1 · 2013 · questão 18** Fácil–média

Considere a seguinte progressão aritmética:

$$(\ldots, a, 1, \log_k k^3, \log_k k^5, \log_k k^7, \ldots)$$

com

$$k > 0 \text{ e } k \neq 1.$$

A razão, r, dessa progressão aritmética, e o valor de a valem, respectivamente,

A) $\log_k k^3$ e $-\log_k k^3$.
B) $-\log_k k^3$ e $\log_k k^3$.
C) 2 e 0.
D) 2 e – 1.
E) 1 e 2.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 19

30 PAVE 1 · 2014 · questão 16 Fácil–média

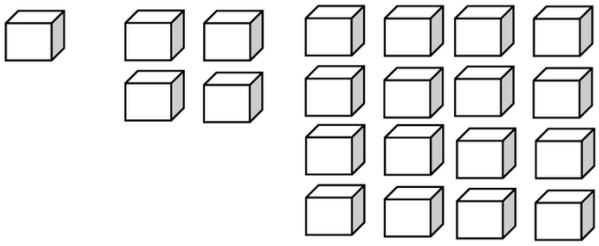
Sendo $f(n)$ definida por $f(0) = 1$ e $\frac{f(n+1)}{f(n)} = 3$, quando $n \in \mathbb{Z}_+$, o valor da soma $f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(1000)$ é

A) $\frac{3^{1001}+1}{2}$.
B) 3^{1000}.
C) $\frac{3^{1001}-1}{2}$.
D) 3^{1001}.
E) $2 \cdot (3^{1001} - 1)$.
F) I.R.

Progressão geométrica (PG) pista p. 16 · resolução p. 19

31 PAVE 1 · 2017 · questão 19 Fácil–média

Observe a sequência dos cubos:



A quantidade de cubos da 6ª figura será

A) 256.
B) 64.
C) 4096.
D) 4.
E) 1024.
F) I.R.

Progressão geométrica (PG) pista p. 16 · resolução p. 19

32 PAVE 1 · 2020 · questão 10 Fácil–média

Um expositor da Fenadoce (Feira Nacional do Doce) pretende construir um castelo de doces com 630 unidades dispostas em camadas, de forma que em cada camada, tenha um doce a menos que a anterior, e que na última camada sobre somente uma unidade.

Nesse sentido, a primeira camada (base), terá

A) 36 doces.
B) 35 doces.
C) 40 doces.
D) 34 doces.
E) 45 doces.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 20

33 PAVE 1 · 2023 · questão 22 Fácil–média

A tarifa de ônibus em Pelotas (RS) sobe de $\mathrm{R\$}\ 4{,}75$ para $\mathrm{R\$}\ 5{,}00$ a partir deste domingo, 13 de março de 2022, tanto nas linhas urbanas como nas rurais.

A prefeitura, por meio de nota, informou que os aumentos de custos como o do óleo diesel e a queda de demanda por causa da pandemia provocaram uma pressão nas finanças dos transportes. Em nota, a administração, entretanto, disse que toma medidas para evitar prejuízos aos passageiros e que dentro de 60 dias devem reavaliar o valor da tarifa.

Ainda de acordo com a prefeitura, se fossem aplicados todos os aumentos de custos, a tarifa poderia chegar a R$ 5,50.

Referência: Diário do Transporte. Disponível em: https://diariodotransporte.com.br/2022/03/11/tarifa-de-onibus-em-pelotas-rs-sobe-para-r-5-no-domingo-13. Acesso em: 14/03/2023.

Com base nas informações contidas no texto, no caso em que a passagem de ônibus tivesse continuado subindo, de forma constante, a partir de 14 de março de 2022, em períodos como o citado, qual seria o valor da passagem após 300 dias?

A) R$ 7,75
B) R$ 6,25
C) R$ 5,50
D) R$ 5,00
E) R$ 6,75
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 20

34 PAVE 1 · 2014 · questão 17 ANULADA Média

Sendo a função $g(x) = mx + n$, com $n, m \neq 0$ e a P.A. $\{g(1), g(a_2), g(a_3), \ldots, g(a_{90})\}$ tendo razão $6m$, a soma dos termos da P.A. $\{1, a_2, a_3, \ldots, a_{90}\}$ é

A) 24570.
B) 24120.
C) 25020.
D) 24660.
E) 24030.
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 21

35 PAVE 1 · 2015 · questão 19 Média

Três números inteiros positivos, A, B e C, formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de produto 8, sendo que o dobro de A, o valor de C e o triplo de B constituem, nessa ordem, uma progressão aritmética.

Nessas condições, o valor de $A + B + C$ é

A) 20.
B) 10.
C) 18.
D) 16.
E) 7.
F) I.R.

Progressão geométrica (PG) pista p. 16 · resolução p. 21

36 PAVE 1 · 2016 · questão 17 Média

A sequência $(\log_5 x,\ y,\ \log_x 625)$ onde $x > 0$ e $x \neq 1$, forma uma progressão geométrica. Nessas condições, o(s) valor(es) de y é(são)

A) 2.
B) 25.
C) ±5.
D) ±2.
E) 5.
F) I.R.

Progressão geométrica (PG) pista p. 16 · resolução p. 22

37 PAVE 1 · 2021 · questão 20 Média

O Renascimento trouxe consigo novas ideias. Houve um grande avanço científico e tecnológico no período e também nas artes. Na música, em particular, havia a necessidade de se transporem melodias para outras tonalidades, o que na época não era possível, pois a escala pitagórica não favorecia tal procedimento. Com isso, uma peça composta para determinada tonalidade não poderia ser executada em outra, pois a relação entre as notas (intervalos) variava de acordo com o tom escolhido. Portanto, os intervalos entre as notas pareciam ser "desafinados". Uma solução encontrada para corrigir esse problema foi o temperamento da escala, isto é, a divisão equânime dos intervalos para que eles pudessem estar a uma mesma distância entre si. Chega-se a um problema matemático interessante: Como encontrar 12 sons, igualmente espaçados, entre os valores 1 e 2 que seriam os valores de referência entre duas oitavas consecutivas?

Aqui, cabe ressaltar que a oitava exerce o papel do 13º som, ou seja, o 1º da próxima sequência de 12 frequências igualmente espaçadas, denominadas graus de escala.

$DÓ_1$	DÓ#	RÉ	RÉ#	MI	FÁ	FÁ#	SOL	SOL#	LÁ	LÁ#	SI	$DÓ_2$
1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	2
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º

Portanto, o temperamento nada mais é do que uma escala que determina uma relação numérica entre os sons através de uma sequência de termos formando uma progressão geométrica (PG) dada por:

$(1,\ f_2,\ f_3,\ f_4,\ f_5,\ f_6,\ f_7,\ f_8,\ f_9,\ f_{10},\ f_{11},\ f_{12},\ 2)$

Então, o oitavo termo da sequência acima (f_8) tem como valor:

A) $2^{4/3}$
B) $2^{1/12}$
C) $2^{7/12}$
D) $2^{1/3}$
E) $2^{3/4}$
F) I.R.

Progressão geométrica (PG) pista p. 16 · resolução p. 22

38 **PAVE 1 · 2022 · questão 23** Média



Fonte: https://corridas.danielbrahm.com.br/event/2a-corrida-cega/?instance_id=319. Acesso em 01/10/2022.

A Associação Escola Louis Braille é uma sociedade civil e sem fins lucrativos fundada em 10 de junho de 1952 por Lory Huber e que presta atendimento exclusivo e gratuito a deficientes visuais – cegos e visão subnormal – crianças, adultos e idosos, em sua grande maioria oriundos de famílias de baixa renda, ou até mesmo totalmente carentes, de Pelotas e outros 27 municípios da Zona Sul do Rio Grande do Sul. A Instituição é referência no complexo mundo da deficiência visual, na Metade Sul.

Referência: https://diariodamanhapelotas.com.br/site/braille-70-anos-escola-em-semana-de-comemoracoes/. Acesso em 01/10/2022.

No dia 3 de setembro de 2022 a Escola promoveu a 2ª corrida cega em Pelotas.

Um estudante com DV, inscrito para participar da corrida, organiza um plano de treinos. Em determinado dia do mês de agosto, dá início a esse plano, correndo 100m, aumentando 100m a cada dia (em relação ao dia anterior) até atingir a distância proposta pela corrida.

Para ter mais segurança de completar o percurso, esse estudante decide que, após atingir a distância pretendida, a repetirá mais duas vezes, sendo que a terceira vez que completar o percurso deve coincidir com a véspera da corrida. Sabendo que os treinos ocorreram TODOS os dias, a partir do início, até a véspera da corrida e que o estudante, no dia da corrida, conseguiu completar o percurso, pode-se afirmar que, do dia 27 de agosto até o dia da corrida (inclusive), ele percorreu um total de:

A) 6 km
B) 5 km
C) 4 km
D) 8 km
E) 7 km
F) I.R.

Progressão aritmética (PA) pista p. 16 · resolução p. 24

CAPÍTULO 2 · SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

Pistas

Leia só a pista da questão em que travou. Ela mostra por onde começar, sem dar a resposta.

24. Calcule $f(2)$ e $f(5)$ e subtraia. O k sobrevive à subtração? questão p. 11

25. O 8º termo é a_8. Troque n por 8 na fórmula. questão p. 11

26. De um dia para o outro, quantos sanduíches a mais? Do 1º ao 21º dia, quantos desses aumentos acontecem? questão p. 11

27. A produção de cada hora forma uma PA: 120, 143, 166, ... Ache a produção da 8ª hora e use a soma da PA. questão p. 12

28. Faça a diferença entre um termo e o anterior, em dois ou três pares. E repare no que significam as reticências no fim. questão p. 12

29. Quanto vale $\log_k k^3$? Simplifique os termos da sequência e ela fica bem conhecida. questão p. 12

30. Cada termo é o anterior vezes 3, começando em 1: é uma PG. Conte com cuidado quantos termos há de $f(0)$ até $f(1000)$. questão p. 13

31. Conte os cubos das três figuras: 1, 4, 16. Como se passa de uma para a seguinte? questão p. 13

32. Leia o castelo de cima para baixo: 1, 2, 3, ... doces por camada. Se a base tem n doces, o total é $1 + 2 + \cdots + n$. Para que n essa soma dá 630? questão p. 13

33. Dois dados decidem tudo: de quanto foi o aumento (de 4,75 para 5,00) e de quanto em quanto tempo ele se repete (60 dias). Quantos períodos de 60 dias cabem em 300 dias? questão p. 13

34. Subtraia dois termos vizinhos da primeira PA: $g(a_{k+1}) - g(a_k) = m(a_{k+1} - a_k)$. Se isso vale $6m$, qual é a razão da PA $1, a_2, a_3, \ldots$? questão p. 13

35. Numa PG de três termos, o produto é o termo do meio ao cubo. Então $B = 2$. Escreva $A = \frac{2}{q}$ e $C = 2q$ e use a condição da PA: o termo do meio é a média dos extremos. questão p. 14

36. Numa PG de três termos, o termo do meio ao quadrado é o produto dos extremos. E $\log_5 x \cdot \log_x 625$ pode ser simplificado pela mudança de base. questão p. 14

37. A PG tem 13 termos, começa em 1 e termina em 2. Quantas vezes você multiplica pela razão para ir do 1º ao 13º termo? E do 1º ao 8º? questão p. 14

38. O percurso do estudante com DV está no cartaz: 1 km (Escolar DV). Monte o calendário de trás para frente, a partir da véspera da corrida (2 de setembro). questão p. 15

CAPÍTULO 2 · SEQUÊNCIAS E PROGRESSÕES

Resoluções comentadas

24 PAVE 1 · 2016 · questão 16 Resposta: D

voltar à questão, p. 11

IDEIAS-BASE

- Razão da PA: termo menos o termo anterior.
- Numa função afim f(x) = ax + b, quando x aumenta d, f(x) aumenta a · d.
- Uma constante que aparece em todos os termos some na diferença.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a diferença $f(5) - f(2)$ (que deve ser igual a $f(8) - f(5)$).

ESTRUTURAR

- $f(2) = 6 - k$.
- $f(5) = 15 - k$.
- $f(8) = 24 - k$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Calcular os três termos e subtrair os vizinhos.

A armadilha: achar que a razão é o coeficiente 3 da função. Ele é o aumento de f quando x cresce 1; aqui x cresce 3 de um termo para o outro.

CALCULAR

$$r = f(5) - f(2) = (15 - k) - (6 - k) = 9$$

$$f(8) - f(5) = (24 - k) - (15 - k) = 9$$

CONFERIR

Pela regra da função afim: x aumenta 3 de um termo para o outro, e cada unidade de x aumenta f em 3. Então $r = 3 \cdot 3 = 9$ ✓, para qualquer k.

Por que as outras tentam: A (3) é o coeficiente de x, sem levar em conta o passo 3. B (6) é o passo $8 - 2$ entre o primeiro e o último x, ou $f(2)$ com $k = 0$. C e E esperam que o k fique na resposta, mas ele se cancela.

Leve para outras questões: valores de uma função afim em pontos igualmente espaçados formam uma PA, de razão (coeficiente de x) × (passo em x). O termo independente nunca entra na razão.

25 PAVE 1 · 2017 · questão 15 Resposta: A

voltar à questão, p. 11

IDEIAS-BASE

- No termo geral a_n, o n é a posição do termo na sequência.
- $\mathbb{N}^*$ são os naturais sem o zero: a sequência começa em n = 1.
- Para achar um termo, basta substituir a posição na fórmula.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o valor de a_8, ou seja, a fórmula calculada em $n = 8$.

ESTRUTURAR

$a_n = 2n - 6$, com $n = 8$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Substituir direto.

A armadilha: responder a posição (8) no lugar do valor do termo. A posição é n; o termo é a_n.

CALCULAR

$$a_8 = 2 \cdot 8 - 6 = 16 - 6 = 10$$

CONFERIR

Os primeiros termos são $-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10$: uma PA de razão 2, e o 8º é 10 ✓.

Por que as outras tentam: B (8) é a posição, e não o termo. C (2) e D (6) são o 4º e o 6º termos da mesma sequência. E (1) não é termo dela: todos os termos são pares.

Leve para outras questões: "o k-ésimo termo" é a fórmula calculada em $n = k$. Escrever os primeiros termos é um jeito rápido de conferir.

26 PAVE 1 · 2018 · questão 15 Resposta: C

voltar à questão, p. 11

IDEIAS-BASE

- Numa PA, cada termo é o anterior mais a razão.
- Termo geral: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$.
- Do 1º ao 21º termo há 20 saltos de razão, e não 21.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o 21º termo da sequência 5, 9, 13, 17, ...

ESTRUTURAR

- Primeiro termo: $a_1 = 5$.
- Razão: $9 - 5 = 13 - 9 = 17 - 13 = 4$.

• Posição pedida: $n = 21$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Aplicar o termo geral da PA.

A armadilha: multiplicar a razão por 21 em vez de 20. Do 1º ao 21º dia há só 20 aumentos; com 21 sairia $5 + 84 = 89$, que nem está nas alternativas.

CALCULAR

$$a_{21} = a_1 + 20r = 5 + 20 \cdot 4 = 85$$

CONFERIR

Os termos dessa PA deixam resto 1 na divisão por 4 (5, 9, 13, ...), e $85 = 84 + 1$ ✓.

Por que as outras tentam: B (105) é $5 \cdot 21$, multiplicar o primeiro termo pela posição; 105 até é termo da sequência, mas do 26º dia. 75, 90 e 95 nem são termos da PA, porque não deixam resto 1 na divisão por 4.

Leve para outras questões: para o termo de posição n, conte os saltos: são $n - 1$. Um teste rápido de resto elimina as alternativas que nem pertencem à sequência.

27 PAVE 1 · 2019 · questão 18 Resposta: C

voltar à questão, p. 12

IDEIAS-BASE

- Termo geral da PA: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$.
- Soma dos n primeiros termos: $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$.
- "Total do dia" é a soma das 8 horas, e não a produção da última hora.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a soma das produções das 8 horas, que formam uma PA com $a_1 = 120$ e $r = 23$.

ESTRUTURAR

• $a_1 = 120$, $r = 23$, $n = 8$.

• 8ª hora: $a_8 = 120 + 7 \cdot 23$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Calcular a_8 e aplicar a soma da PA.

A armadilha: parar no a_8. O número 281 é o que a máquina embala só na 8ª hora, e está nas alternativas (D).

CALCULAR

$$a_8 = 120 + 7 \cdot 23 = 120 + 161 = 281$$

$$S_8 = \frac{(120 + 281) \cdot 8}{2} = 401 \cdot 4 = 1604$$

CONFERIR

Somando hora a hora: $120 + 143 + 166 + 189 + 212 + 235 + 258 + 281 = 1604$ ✓.

Por que as outras tentam: A (960) é $120 \cdot 8$, como se a máquina não acelerasse. D (281) é só a 8ª hora. B (1.308) e E (1.052) ficam abaixo do total certo e não saem de nenhuma conta direta com esses dados; servem para quem estima em vez de calcular.

Leve para outras questões: em "total de" com aumento fixo, é soma de PA. Use $a_n = a_1 + (n - 1)r$ para o último termo (cuidado: são $n - 1$ aumentos) e depois $S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$.

28 PAVE 1 · 2025 · questão 21 Resposta: D

voltar à questão, p. 12

IDEIAS-BASE

- Numa PA, a diferença entre termos consecutivos é sempre a mesma (a razão).
- Numa PG, o que se mantém é o quociente entre termos consecutivos.
- Reticências no fim indicam que a sequência continua: ela é infinita.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: reconhecer o tipo da sequência, a razão e se ela é finita.

ESTRUTURAR

Diferenças entre termos vizinhos: $-3 - (-10)$, $4 - (-3)$, $11 - 4$, $18 - 11$, $25 - 18$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Calcular as diferenças. Se forem iguais, é PA; o sinal da razão diz se cresce ou decresce.

A armadilha: achar que uma sequência que começa negativa é decrescente (E). Quem decide é o sinal da razão, e não o sinal dos termos.

CALCULAR

Todas as diferenças valem 7: é uma PA de razão $r = 7$. Como $r > 0$, ela é crescente; e, pelas reticências, é infinita.

CONFERIR

Confira a razão na PG: $\frac{-3}{-10} = 0{,}3$ e $\frac{4}{-3} \approx -1{,}33$. Os quocientes não são iguais, então não é PG.

Por que as outras tentam: B e C ignoram as reticências; E olha só para o primeiro termo negativo; A confunde PA com PG.

Leve para outras questões: para classificar uma sequência, teste a diferença (PA) e o quociente (PG) entre termos vizinhos. O sinal da razão da PA decide se ela cresce ou decresce.

29 PAVE 1 · 2013 · questão 18 Resposta: D

voltar à questão, p. 12

IDEIAS-BASE

- log_k kⁿ = n (com k > 0 e k ≠ 1).
- Razão da PA: um termo menos o anterior.
- Termo anterior = termo seguinte − razão.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a razão da PA e o termo a, que vem logo antes do 1.

ESTRUTURAR

• $\log_k k^3 = 3$, $\log_k k^5 = 5$, $\log_k k^7 = 7$.

• A sequência é $(\ldots, a, 1, 3, 5, 7, \ldots)$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Simplificar os logaritmos, achar a razão e voltar um termo.

A armadilha: tomar o termo $\log_k k^3$ como a razão (alternativa A). Ele vale 3, que é o terceiro termo mostrado, e não a diferença entre termos.

CALCULAR

$$r = 3 - 1 = 2$$

$$a = 1 - r = 1 - 2 = -1$$

CONFERIR

A sequência $(-1, 1, 3, 5, 7)$ tem diferenças sempre iguais a 2 ✓.

Por que as outras tentam: A e B usam $\pm \log_k k^3 = \pm 3$, que não é a razão. C acerta a razão, mas 0 não pode vir antes do 1: $1 - 0 = 1 \neq 2$. E inverte papéis: 1 é um termo, e não a razão.

Leve para outras questões: antes de qualquer conta, simplifique $\log_k k^n = n$. Para achar o termo anterior de uma PA, subtraia a razão.

30 PAVE 1 · 2014 · questão 16 Resposta: C

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- Se o quociente entre termos vizinhos é constante, a sequência é uma PG de razão q.
- Soma dos n primeiros termos da PG: $S = a_1 \cdot (q^n - 1)/(q - 1)$.
- De 0 até 1000 há 1001 números.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a soma dos termos da PG $1, 3, 9, \ldots$ de $f(0)$ até $f(1000)$.

ESTRUTURAR

• $f(n) = 3^n$: PG com primeiro termo 1 e razão 3.

• Número de termos: de $n = 0$ a $n = 1000$, são 1001.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar a soma da PG finita com $a_1 = 1$, $q = 3$ e 1001 termos.

A armadilha: contar 1000 termos (porque o último é $f(1000)$). O $f(0)$ também conta, e o expoente certo é 1001.

CALCULAR

$$S = 1 \cdot \frac{3^{1001} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{1001} - 1}{2}$$

CONFERIR

Teste com poucos termos: $f(0) + f(1) + f(2) = 1 + 3 + 9 = 13$, e a fórmula dá $\frac{3^3 - 1}{2} = 13$ ✓ (3 termos, expoente 3).

Por que as outras tentam: A troca o sinal do -1. E multiplica por $q - 1 = 2$ em vez de dividir. B e D são só o último termo (3^{1000}) ou a potência seguinte (3^{1001}), sem somar.

Leve para outras questões: soma de PG é $a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, e n é o número de termos. Quando os índices começam em 0, há um termo a mais do que o último índice.

31 PAVE 1 · 2017 · questão 19 Resposta: E

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- Numa PG, cada termo é o anterior vezes a razão q.
- Termo geral da PG: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$.
- Contar a posição certa: a 6ª figura é o termo a_6.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o 6º termo da sequência 1, 4, 16, ...

ESTRUTURAR

• 1ª figura: 1 cubo.

• 2ª figura: 4 cubos.

• 3ª figura: 16 cubos.

• Cada figura tem 4 vezes os cubos da anterior: PG com $a_1 = 1$ e $q = 4$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar o termo geral da PG, ou continuar multiplicando por 4 até a 6ª figura.

A armadilha: errar a posição do expoente e usar 4^6 no lugar de 4^5. Como $a_1 = 1 = 4^0$, a figura n tem 4^{n-1} cubos.

CALCULAR

$$a_6 = 1 \cdot 4^{6-1} = 4^5 = 1024$$

Passo a passo: $1,\ 4,\ 16,\ 64,\ 256,\ 1024$.

CONFERIR

A lista confere com as três figuras desenhadas (1, 4, 16) ✓.

Por que as outras tentam: B (64) e A (256) são a 4ª e a 5ª figuras, para quem para cedo na contagem. C (4096) é 4^6, a 7ª figura. D (4) é a razão.

Leve para outras questões: em sequência de figuras, conte as três primeiras e teste se a regra é somar (PA) ou multiplicar (PG). Confira o expoente com a 1ª figura: $a_1 = q^0$.

32 PAVE 1 · 2020 · questão 10 Resposta: B

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- As camadas formam uma PA de razão 1 (lida do topo para a base: 1, 2, 3, ..., n).
- Soma 1 + 2 + ... + n = n(n + 1)/2.
- Equação n(n + 1) = 1260: procure dois inteiros consecutivos com esse produto.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o número n de doces da base, sabendo que as camadas têm $n, n-1, \ldots, 2, 1$ doces e somam 630.

ESTRUTURAR

• Camadas, da base ao topo: $n,\ n-1,\ \ldots,\ 2,\ 1$.

• Total: $1 + 2 + \cdots + n = 630$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Usar a soma da PA, $\frac{n(n+1)}{2}$, e resolver a equação do 2º grau (ou testar as alternativas).

A armadilha: achar $n(n+1) = 1260 = 35 \cdot 36$ e marcar 36. O 36 é o $n+1$, e não o n.

CALCULAR

$$\frac{n(n+1)}{2} = 630 \iff n^2 + n - 1260 = 0$$

$$n = \frac{-1 + \sqrt{1 + 5040}}{2} = \frac{-1 + 71}{2} = 35$$

(A outra raiz, -36, não serve: o número de doces é positivo.)

CONFERIR

Confere: $\frac{35 \cdot 36}{2} = 630$ ✓. A base tem 35 doces, e há 35 camadas.

Por que as outras tentam: A (36) é o fator $n+1$ do produto $35 \cdot 36$. D (34) daria $\frac{34 \cdot 35}{2} = 595$ doces, C (40) daria 820 e E (45) daria 1035; nenhuma fecha 630.

Leve para outras questões: pilha, escada ou castelo "com um a menos por camada até sobrar 1" é a soma $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Na equação $n(n+1) = 2S$, procure dois consecutivos e fique com o menor.

33 PAVE 1 · 2023 · questão 22 Resposta: B

voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- Aumento constante, sempre do mesmo valor, forma uma PA: a razão é o aumento de cada período.
- Termo da PA: valor inicial + número de períodos × razão.
- "Períodos como o citado" é o prazo de reavaliação do texto: 60 dias.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o preço da passagem depois de 300 dias, se a cada 60 dias ela subisse o mesmo valor do último aumento.

ESTRUTURAR

• Último aumento: $5{,}00 - 4{,}75 = 0{,}25$ real (a razão da PA).

• Período: 60 dias.

• Valor de partida: 5,00 reais, em 14 de março de 2022.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Contar quantos aumentos acontecem em 300 dias e somar à tarifa de partida.

A armadilha: partir de $\mathrm{R\$}\ 5{,}50$, o valor que a tarifa "poderia chegar" segundo a prefeitura. Esse número é só uma projeção do texto; a tarifa em vigor era $\mathrm{R\$}\ 5{,}00$. Partindo de 5,50, sai $5{,}50 + 1{,}25 = 6{,}75$, a alternativa E.

CALCULAR

$$\frac{300}{60} = 5 \text{ aumentos}$$

$$5{,}00 + 5 \cdot 0{,}25 = 5{,}00 + 1{,}25 = 6{,}25$$

CONFERIR

Período a período: 5,25 (60 dias), 5,50 (120), 5,75 (180), 6,00 (240) e 6,25 (300) ✓.

Por que as outras tentam: E ($\mathrm{R\$}\ 6{,}75$) parte de $\mathrm{R\$}\ 5{,}50$ em vez de $\mathrm{R\$}\ 5{,}00$. C ($\mathrm{R\$}\ 5{,}50$) é a projeção da prefeitura, e D ($\mathrm{R\$}\ 5{,}00$) é a tarifa sem nenhum aumento novo.

Leve para outras questões: "subindo de forma constante" é PA. Ache a razão (o aumento) e o número de períodos (tempo total ÷ duração de cada período), e some ao valor de partida.

34 PAVE 1 · 2014 · questão 17

Resposta: questão anulada voltar à questão, p. 13

IDEIAS-BASE

- Numa função afim g(x) = mx + n, a diferença g(u) − g(v) é m · (u − v): o n se cancela.
- Termo geral da PA: $a_k = a_1 + (k - 1) \cdot r$.
- Soma da PA: $S = (a_1 + a_n) \cdot n/2$.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a soma dos 90 termos da PA $1, a_2, \ldots, a_{90}$, sabendo a razão da PA formada pelas imagens por g.

Nota editorial: esta questão foi anulada pela UFPel no gabarito definitivo. Na prova impressa, as alternativas aparecem com as letras (a), (b), (b), (c), (d), e o I.R. com a letra (e): há duas letras (b) e não existe a (f). Aqui as cinco alternativas estão na ordem da prova, com as letras de (a) a (e). O gabarito não traz o motivo da anulação, mas o erro de letras está visível e, sozinho, já deixa a marcação ambígua. A conta em si tem resposta (24120, a segunda alternativa da lista); a resolução abaixo serve como estudo.

ESTRUTURAR

• Razão da PA das imagens: $g(a_{k+1}) - g(a_k) = m\,(a_{k+1} - a_k) = 6m$.

• Como $m \neq 0$: $a_{k+1} - a_k = 6$. A PA $1, a_2, \ldots, a_{90}$ tem razão 6.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Achar a_{90} pelo termo geral e aplicar a soma da PA.

A armadilha: pensar que a razão da segunda PA também é $6m$. A função g multiplica as diferenças por m; para voltar, divide-se por m.

CALCULAR

$$a_{90} = 1 + 89 \cdot 6 = 535$$

$$S = \frac{(1 + 535) \cdot 90}{2} = 536 \cdot 45 = 24120$$

CONFERIR

Outra forma: $S = 90 \cdot 1 + 6 \cdot (0 + 1 + \cdots + 89) = 90 + 6 \cdot 4005 = 24120$ ✓.

De onde vêm algumas das outras: 24570 é $6 \cdot (1 + 2 + \cdots + 90)$, como se os termos fossem $6, 12, \ldots, 540$ (esquecendo que a PA começa em 1). 24030 é $6 \cdot (0 + 1 + \cdots + 89)$, que esquece de somar o 1 em cada termo.

Leve para outras questões: aplicar uma função afim $g(x) = mx + n$ aos termos de uma PA de razão r dá outra PA, de razão $m \cdot r$. Para voltar, divida a razão por m.

35 PAVE 1 · 2015 · questão 19 Resposta: E

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- PG de três termos: (B/q, B, B·q), e o produto é B^3.
- PA de três termos (x, y, z): 2y = x + z.
- Inteiros positivos: descarte razões que geram termos negativos ou fracionários.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: os três números da PG (inteiros positivos) que também cumprem a condição da PA, e a soma deles.

ESTRUTURAR

• PG: $A = \frac{2}{q}$, $B = 2$, $C = 2q$, porque $B^3 = 8$.

• PA: $(2A,\ C,\ 3B)$, então $2C = 2A + 3B$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Montar a equação em q, resolver e escolher a solução com inteiros positivos.

A armadilha: montar a PA com A, C e B (sem o dobro e o triplo) ou trocar a ordem: a PA é $2A$, C, $3B$, nessa ordem, e o termo do meio é C.

CALCULAR

$$2 \cdot 2q = 2 \cdot \frac{2}{q} + 3 \cdot 2 \iff 4q = \frac{4}{q} + 6$$

$$\begin{aligned} & 4q^2 - 6q - 4 = 0 \\ \iff\ & 2q^2 - 3q - 2 = 0 \\ \iff\ & q = 2 \text{ ou } q = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Com $q = -\frac{1}{2}$, $A = -4$ e $C = -1$: não são positivos. Com $q = 2$: $A = 1$, $B = 2$, $C = 4$.

$$A + B + C = 1 + 2 + 4 = 7$$

CONFERIR

PG $1, 2, 4$: razão 2 e produto 8 ✓. PA $2A = 2$, $C = 4$, $3B = 6$: $2, 4, 6$, razão 2 ✓.

Outra conferência: as PGs de inteiros positivos com produto 8 são $(1, 2, 4)$, $(2, 2, 2)$ e $(4, 2, 1)$. Elas geram $(2, 4, 6)$, $(4, 2, 6)$ e $(8, 1, 6)$; só a primeira é PA ✓.

Por que as outras tentam: nenhuma das outras somas (20, 10, 18, 16) vem de uma PG de inteiros positivos com produto 8, porque o B tem de ser 2 e $A \cdot C = 4$.

Leve para outras questões: em PG de três termos, escreva $\left(\frac{x}{q},\ x,\ xq\right)$: o produto vira x^3 e já entrega o termo do meio. Em PA de três termos, use "o do meio é a média dos extremos".

36 PAVE 1 · 2016 · questão 17 **Resposta: D**

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- PG de três termos (a, b, c): b² = a · c.
- Mudança de base: log_a b · log_b c = log_a c.
- 625 = 5⁴, então $\log_5 625 = 4$.
- Uma equação y² = 4 tem duas soluções: 2 e −2.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: os valores de y que fazem $(\log_5 x,\ y,\ \log_x 625)$ ser uma PG.

ESTRUTURAR

- Condição da PG: $y^2 = \log_5 x \cdot \log_x 625$.
- Mudança de base: $\log_x 625 = \frac{\log_5 625}{\log_5 x}$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Simplificar o produto dos extremos e resolver $y^2 = \ldots$

A armadilha: tirar só a raiz positiva e marcar 2. Uma PG pode ter razão negativa, e $y = -2$ também serve.

CALCULAR

$$y^2 = \log_5 x \cdot \frac{\log_5 625}{\log_5 x} = \log_5 625 = \log_5 5^4 = 4$$

$$y = \pm 2$$

CONFERIR

Testando com $x = 5$: a sequência fica $(1,\ y,\ 4)$. Com $y = 2$, é a PG $1, 2, 4$ (razão 2); com $y = -2$, é a PG $1, -2, 4$ (razão -2) ✓. O resultado não depende de x.

Por que as outras tentam: A (2) esquece a raiz negativa. B, C e E trabalham com 25 e 5, que aparecem quando se troca o logaritmo por uma raiz ($\sqrt{625} = 25$ e $\sqrt{25} = 5$); nenhum deles satisfaz $y^2 = 4$.

Leve para outras questões: em PG de três termos, use $b^2 = a \cdot c$; em PA, use $2b = a + c$. Quando aparece $\log_a b \cdot \log_b c$, a mudança de base cancela o b.

37 PAVE 1 · 2021 · questão 20 **Resposta: C**

voltar à questão, p. 14

IDEIAS-BASE

- Termo geral da PG: a_n = a_1 · q^(n − 1).
- Do 1º ao 13º termo há 12 multiplicações pela razão.
- Raiz de índice 12 de 2 é o mesmo que 2 elevado a 1/12.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: o 8º termo de uma PG com $a_1 = 1$ e $a_{13} = 2$.

ESTRUTURAR

- $a_1 = 1$, $a_{13} = 2$, 13 termos.
- $f_8 = a_8$.

ESCOLHER ESTRATÉGIA

Achar a razão pelo 13º termo e aplicar o termo geral no 8º.

A armadilha: usar o expoente 8 para o 8º termo. Do 1º ao 8º termo são 7 passos, então o expoente da razão é 7, e não 8.

CALCULAR

$$a_{13} = a_1 \cdot q^{12} \iff 2 = q^{12} \iff q = 2^{1/12}$$

$$f_8 = a_8 = 1 \cdot q^7 = \left(2^{1/12}\right)^7 = 2^{7/12}$$

CONFERIR

$2^{7/12} \approx 1{,}498$, que fica entre 1 e 2, como deve ser. É o SOL, a quinta da escala, perto da razão 3/2 da escala pitagórica.

Por que as outras tentam: B é a razão $q = 2^{1/12}$, ou seja, o 2º termo. D é $q^4 = 2^{4/12} = 2^{1/3}$, o 5º termo (MI). E é $q^9 = 2^{9/12} = 2^{3/4}$, o 10º termo (LÁ). A é $2^{4/3} > 2$, fora do intervalo entre 1 e 2.

Leve para outras questões: em PG, o expoente da razão no termo a_n é $n - 1$. Para "inserir k meios" entre dois números, a sequência tem $k + 2$ termos e $k + 1$ passos.

38

PAVE 1 · 2022 · questão 23

Resposta: E

voltar à questão, p. 15

IDEIAS-BASE

- Aumentar 100 m por dia forma uma PA de razão 100 m.
- "A repetirá mais duas vezes": a distância aparece 3 vezes seguidas, e a 3ª é na véspera.
- "Inclusive" quer dizer que o dia da corrida entra na soma.

INTERPRETAR

O que a questão quer de verdade: a soma das distâncias corridas de 27/08 a 03/09, contando os treinos e a própria corrida.

A distância da corrida do estudante não está no texto, só no cartaz: o percurso Escolar DV tem 1 km = 1000 m. A prova diz mesmo "a repetirá mais duas vezes": o "a" é a distância pretendida, que ele corre pela 1ª vez e depois mais duas.

ESTRUTURAR

- 1000 m pela 3ª vez: 02/09 (véspera). Pela 2ª vez: 01/09. Pela 1ª vez: 31/08.
- Antes disso, 100 m a menos por dia: 30/08 = 900 m, 29/08 = 800 m, 28/08 = 700 m, 27/08 = 600 m.
- 03/09: a corrida, 1000 m.



ESCOLHER ESTRATÉGIA

Montar o calendário de trás para frente e somar de 27/08 a 03/09.

A armadilha: deixar de fora o dia da corrida. O enunciado diz "até o dia da corrida (inclusive)"; sem ele, sai 6 km (A).

CALCULAR

$$600 + 700 + 800 + 900 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 = 7000\ \text{m} = 7\ \text{km}$$

CONFERIR

O plano começou com 100 m em 22/08 e chegou a 1000 m em 31/08 (10 dias de PA), o que é "um determinado dia de agosto" ✓. Com o percurso de 5 km (Adulto DV), a soma de 27/08 a 03/09 seria $4{,}6 + 4{,}7 + 4{,}8 + 4{,}9 + 4 \cdot 5 = 39$ km, que não está nas alternativas.

Por que as outras tentam: A esquece o dia da corrida ($7 - 1 = 6$). C soma só os quatro dias de 1 km (31/08 a 03/09). B (5 km) é a distância das provas de adultos, e não um total. D (8 km) não sai de uma leitura natural do plano.

Leve para outras questões: quando o enunciado fixa o fim de um plano (a véspera, o último dia), monte a sequência de trás para frente. E confira se o primeiro e o último dia entram na soma ("inclusive").

CORREÇÃO

Gabarito rápido

Clique na questão para ir até a resolução. "An." indica questão anulada pela UFPel.

2. Sequências e progressões (PAVE 1)

24 **D**	25 **A**	26 **C**	27 **C**	28 **D**	29 **D**	30 **C**	31 **E**	32 **B**	33 **B**
34 **An.**	35 **E**	36 **D**	37 **C**	38 **E**					

SOBRE O AUTOR

Rafael Teixeira



Rafael Teixeira é professor de Matemática em Pelotas, no Rio Grande do Sul, formado pela UFPel. Dá aula há 10 anos, entre aulas particulares, colégios e pré-vestibulares, para quem vai fazer o ENEM, os vestibulares do Sul e a prova do Colégio Tiradentes.

Sempre gostou de Matemática. Saiu do Paraná aos 17 anos para cursar Engenharia no Rio Grande do Sul e, no meio do caminho, virou monitor de Cálculo. Foi ali que se apaixonou por dar aula. Na disciplina de Equações Diferenciais, o professor Neide perguntava a cada método novo: "Vocês aceitam isso que está no quadro ou vocês acreditam?". Dessa pergunta veio a decisão de largar quatro anos de Engenharia e recomeçar quase do zero na Matemática, para aprender de onde as coisas vêm e como elas funcionam.

É autor do Banco de Questões do site profrafaelteixeira.com.br, com mais de 3.000 questões de prova resolvidas no mesmo método deste livro, e do Raio-X das provas, que mostra o que cada banca cobra e onde os alunos mais erram. A assinatura de tudo o que ele publica é a mesma: mais raciocínio, menos decoreba.

"Tento nunca deixar de pensar como aluno, porque muitas vezes, quando a gente vira professor, esquece do outro lado, de como o aluno gostaria de aprender. Espero que você goste do material e que ele ajude você a melhorar sua relação com a Matemática, do jeito que muitos professores me ajudaram no caminho. Bons estudos!"

Continue no site

Banco de Questões PAVE
As mesmas questões, com correção na hora.

Raio-X do PAVE
O que mais cai em cada etapa.

Prova completa
A edição 2025 em modo prova, com a nota do edital.

GOSTOU DA AMOSTRA?

O livro completo tem as 209 questões

Esta amostra traz o capítulo 2, Sequências e progressões, com 15 questões, as pistas e as resoluções. O livro completo tem os 12 capítulos das três etapas.

- 209 questões de Matemática do PAVE, de 2013 a 2025, com a fonte;
- pista e resolução comentada de todas;
- Raio-X, teste de entrada e mapa de progresso;
- gabarito rápido com links.

profrafaelteixeira.com.br/livros

Preço: R$ 49,90. Quem compra recebe as correções sem custo.

RAFAEL TEIXEIRA

PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Treine com as provas que a UFPel já aplicou.

Treze edições do PAVE, três etapas, todas as questões de Matemática. Organizadas por conteúdo, da mais fácil à mais difícil, com a resolução que mostra a ideia antes da conta.

209 questões reais
de Matemática do PAVE 1, 2 e 3, edições 2013 a 2025, completas e com a fonte.

12 capítulos
Funções, Progressões, Trigonometria, Geometria, Contagem, Matrizes, Financeira e mais.

Pista e resolução
de todas: ideias-base, passo a passo, armadilha e por que as outras alternativas atraem.

Raio-X e estratégia
o que mais cai em cada etapa e a conta do I.R. para decidir quando marcar.

Para quem é
Para o aluno da 1ª, 2ª ou 3ª série que vai fazer o PAVE e quer treinar com questões reais. Para a família que quer um material organizado e corrigido para estudar em casa. Para o professor que prepara turmas para a UFPel.

Raio-X do PAVE no site
profrafaelteixeira.com.br/raio-x/pave-1/

MAIS RACIOCÍNIO. MENOS DECOREBA.